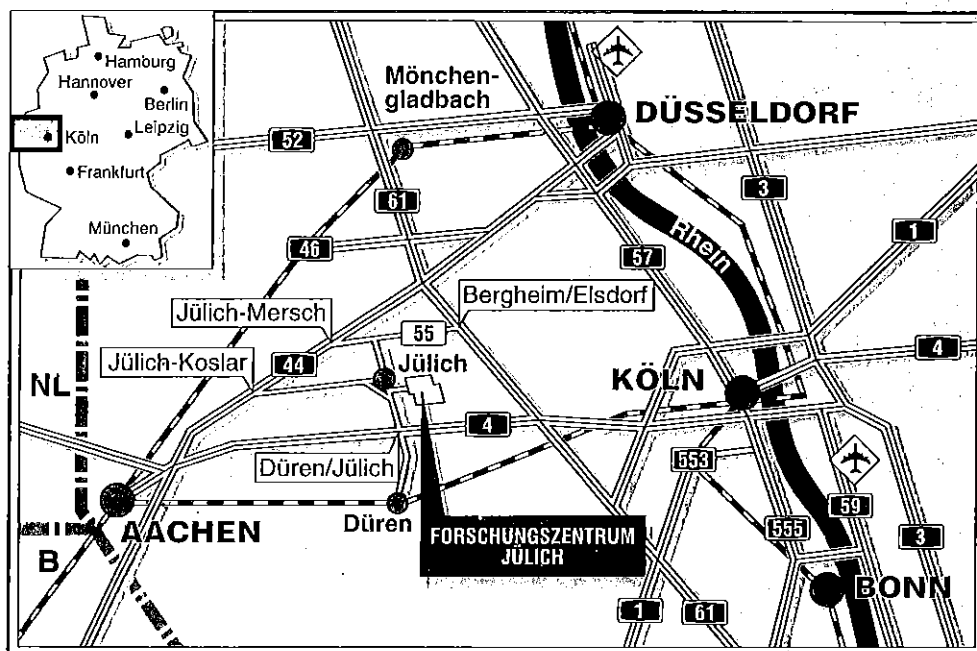


Institut für Kernphysik

**Der Austausch korrelierter Pionen
und Kaonen in der Baryon-Baryon-
Wechselwirkung**

Andreas G. Reuber



Berichte des Forschungszentrums Jülich ; 3117

ISSN 0944-2952

Institut für Kernphysik Jül-3117

D5 (Diss. Universität Bonn)

Zu beziehen durch: Forschungszentrum Jülich GmbH · Zentralbibliothek

D-52425 Jülich · Bundesrepublik Deutschland

Telefon: 02461/61-61 02 · Telefax: 02461/61-61 03 · Telex: 833 556-70 kfa d

Der Austausch korrelierter Pionen und Kaonen in der Baryon-Baryon- Wechselwirkung

Andreas G. Reuber

ABSTRACT

The exchange of two correlated pions or kaons provides the main part of the intermediate-range attraction between two baryons. In this work, a dynamical model for correlated two-pion and two-kaon exchange in the baryon-baryon interaction is presented, both in the scalar-isoscalar (σ) and the vector-isovector (ρ) channel.

The contribution of correlated $\pi\pi$ and $K\bar{K}$ exchange is derived from the amplitudes for the transition of a baryon-antibaryon state ($B\bar{B}'$) to a $\pi\pi$ or $K\bar{K}$ state in the pseudophysical region by applying dispersion theory and unitarity. For the $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ amplitudes a microscopic model is constructed, which is based on the hadron-exchange picture. The Born terms include contributions from baryon-exchange as well as ρ -pole diagrams. The correlations between the two pseudoscalar mesons are taken into account exactly by means of $\pi\pi$ - $K\bar{K}$ amplitudes derived likewise from a meson-exchange model, which is in line with the empirical $\pi\pi$ data. The parameters of the $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ model, which are related to each other by the assumption of $SU(3)$ symmetry, are determined by the adjustment to the quasiempirical $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ amplitudes in the pseudophysical region.

It is found that correlated $K\bar{K}$ exchange being negligible in the NN interaction plays an important role in the σ -channel for baryon-baryon states with non-vanishing strangeness. The strength of correlated $\pi\pi$ plus $K\bar{K}$ exchange in the σ -channel decreases with the strangeness of the baryon-baryon system becoming more negative.

Due to the admixture of baryon-exchange processes to the $SU(3)$ -symmetric ρ -pole contributions the results for correlated $\pi\pi$ -exchange in the vector-isovector channel deviate from what is expected in the naive $SU(3)$ picture for genuine ρ -exchange.

In present models of the hyperon-nucleon interaction contributions of correlated $\pi\pi$ and $K\bar{K}$ exchange are parametrized for simplicity by single σ and ρ exchange. Shortcomings of this effective description, e.g. the missing long-range contributions, are pointed out by comparison with the dispersiontheoretic results.

ÜBERSICHT

Prozesse, in denen Paare korrelierter Pionen oder Kaonen ausgetauscht werden, liefern wesentliche Beiträge (z.B. die starke, mittlere Reichweite Attraktion) zur Wechselwirkung zwischen zwei Baryonen. In dieser Arbeit wird ein Modell vorgestellt, daß eine mikroskopische Beschreibung des korrelierten Zwei-Pion- und Zwei-Kaon-Austauschs in der Baryon-Baryon-Wechselwirkung sowohl im σ - ($J^P = 0^+$) als auch im ρ -Kanal ($J^P = 1^-$) erlaubt.

Durch die Anwendung von dispersionstheoretischen Methoden und Unitaritätsrelationen wird der korrelierte $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch aus den Amplituden für den Übergang $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ im pseudophysikalischen Bereich bestimmt. Diese $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Amplituden werden mit einem feldtheoretischen, auf dem Hadronaustauschbild der starken Wechselwirkung basierenden Modell generiert, dessen Bornsterme aus ρ -Polgraphen und Baryonaustauschprozessen bestehen. Die Korrelationen zwischen den beiden pseudoskalaren Mesonen werden exakt berücksichtigt in Form von $\pi\pi$ - $K\bar{K}$ Amplituden, die in konsistenter Weise mit einem Mesonaustauschmodell erzeugt werden, das die empirischen $\pi\pi$ -Streudaten beschreibt. Die Parameter des $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Modells werden unter der Annahme der $SU(3)$ -Symmetrie zueinander in Beziehung gesetzt und durch die Anpassung an die quasiempirischen $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden festgelegt.

Es zeigt sich, daß der in der NN -Wechselwirkung vernachlässigbare Austausch eines korrelierten $K\bar{K}$ -Paares für Baryon-Baryon-Zustände mit nichtverschwindender Strangeness eine bedeutende Rolle im σ -Kanal spielt. Die Gesamtstärke des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs nimmt im σ -Kanal mit negativer werdender Strangeness des Baryon-Baryon-Zustandes ab.

Aufgrund der Interferenz von Baryonaustauschprozessen mit den $SU(3)$ -symmetrischen ρ -Polgraphen weichen die Ergebnisse für den korrelierten $\pi\pi$ -Austausch im ρ -Kanal von den im Rahmen der $SU(3)$ -Symmetrie für den einfachen ρ -Austausch erwarteten Ergebnissen ab.

In den derzeit existierenden Modellen der Hyperon-Nukleon-Wechselwirkung werden die Beiträge des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs zur Vereinfachung durch den Austausch eines σ - oder ρ -Mesons simuliert. Unzulänglichkeiten dieser Näherung wie z.B. die fehlenden langreichweitigen Anteile werden durch Vergleich mit den dispersionstheoretischen Resultaten aufgezeigt.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Dispersionstheoretische Berechnung des Zwei-Pion- und Zwei-Kaon-Austauschs	13
2.1	Relativistische Kinematik	14
2.2	Definition der Amplituden	18
2.3	Die Unitaritätsrelation im t-Kanal	21
2.4	Dispersionsrelationen für den $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch	23
2.5	Das Potential des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs	28
2.6	Isospin-Crossing	32
3	Ein mikroskopisches Modell für die $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Übergangsamplituden	36
3.1	Skizze des Modells	37
3.2	Die Blankenbecker-Sugar-Gleichung	41
3.3	Die $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Bornamplituden	45
3.3.1	Der Spin-Impuls-Anteil	45
3.3.2	Die analytische Fortsetzung der Bornamplituden	53
3.3.3	Der $SU(3)$ -Anteil	56
3.4	Die $\pi\pi - K\bar{K}$ Wechselwirkung	70
4	Ergebnisse und Diskussion	73
4.1	Anpassung der freien Parameter	74
4.2	Die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden	78
4.3	Die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden	84
4.4	Spektralfunktionen	91
4.5	Das Potential des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs	96
5	Zusammenfassung und Ausblick	113
A	Konventionen	117

B	Partialwellenzerlegung der Zwei-Teilchen-Matrixelemente	122
C	Der ρ-Austausch in der Baryon-Baryon-Wechselwirkung	128
D	Regularisierung der Blankenbecker-Sugar-Gleichung	130
E	Die $\pi\pi\rho$- und $KK\rho$-Vertizes	132
F	Die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden	135
F.1	Austausch eines $J^P = \frac{1}{2}^+$ -Baryons	136
F.2	Austausch eines $J^P = \frac{3}{2}^+$ -Baryons	137
F.3	ρ -Polgraph	138
G	Die Isospinnotation	139
H	Parameter des $\pi\pi-K\bar{K}$ Wechselwirkungsmodells	143

Kapitel 1

Einleitung

Die physikalischen Prozesse in der Natur werden nach heutigem Wissensstand durch vier fundamentale Wechselwirkungen bestimmt. Es sind dies die Gravitation, die elektromagnetische, die schwache und die starke Wechselwirkung. Das beste theoretische Verständnis besitzt man gegenwärtig über die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung. Beide können im Rahmen der sogenannten elektroschwachen Theorie von Glashow, Salam und Weinberg zu einer vereinheitlichten Wechselwirkung zusammengefaßt werden. Die Vorhersagen dieser Theorie wurden beispielsweise durch die Entdeckung der massiven Vektorbosonen (W^\pm , Z^0) in 1983 glänzend bestätigt. Über die „makroskopischste“ der vier fundamentalen Wechselwirkungen, die Gravitation, besitzt man im Rahmen der modernen Physik das geringste Verständnis. Zwar liefert Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie eine klassische Beschreibung der Gravitation, die Quantisierung der Allgemeinen Relativitätstheorie in ihrem vollem Umfang ist aber bislang nicht gelungen.

Die Probleme bei der Behandlung der starken Wechselwirkung sind völlig anderer Natur. Mit der Quantenchromodynamik (QCD) ist die fundamentale Theorie der starken Wechselwirkung bekannt. Die elementaren Felder, in denen diese relativistische Quantenfeldtheorie formuliert ist, sind Quarks und Gluonen. Da die QCD eine nichtabelsche Eichtheorie ist, können die Feldquanten (die Gluonen) als Träger von Farbladungen miteinander in Wechselwirkung treten. Dies hat zur Folge, daß die renormierte Kopplungskonstante der QCD bei kleinen Impulsüberträgen in der Größenordnung von 1 liegt. Im Bereich hoher Impulsüberträge verliert die Selbstwechselwirkung der Gluonen dagegen an Bedeutung und die QCD wird „asymptotisch frei“, d.h. die Kopplungskonstante wird klein gegenüber 1. Im Hochenergiebereich kann die QCD daher störungstheoretisch behandelt werden. So stellen die Vorhersagen der (perturbativen) QCD zur tiefinelastischen Lepton-Hadron-Streuung einen der wichtigsten Tests für diese Theorie dar. Im Nieder- und Mittelennergiebereich kann die QCD hingegen nur mit nichtperturbativen Methoden (z.B. Rechnungen auf dem Gitter) ausgewertet werden. Diese sehr rechenaufwendigen Methoden

unterliegen jedoch grundlegenden mathematischen Problemen und erlauben daher bislang noch keine exakte Behandlung der QCD bei kleinen Energien.

Die Eichgruppe der QCD ist die $SU(3)_{color}$ -Gruppe. Die Eigenschaft der QCD, daß jedes *freie*, stark wechselwirkende Teilchen („Hadron“) invariant unter den Eichtransformationen ist, also eine Singulett-Darstellung der $SU(3)_{color}$ bildet, wird als Confinement bezeichnet. Aufgrund des Confinements können zwei Hadronen, deren Abstand voneinander groß gegenüber ihrer räumlichen Ausdehnung ist und deren Wellenfunktionen sich daher nicht überlappen, nur durch den Austausch „farbloser“ Quark-Gluon-Systeme, also Hadronen, miteinander wechselwirken. Im Bereich kleiner Impulsüberträge (entsprechend großen Abständen) führt die QCD somit wieder auf das von Yukawa bereits 1935 initiierte Mesonaustauschbild, nach dem die Mesonen (die Hadronen mit ganzzahligem Spin) die Feldquanten der starken Wechselwirkung sind. Dieses ursprünglich als fundamentale Theorie der starken Wechselwirkung eingeführte Modell ist aus heutiger Sicht als eine effektive Beschreibung komplexer Quark-Gluon-Prozesse zu verstehen. Die relevanten Freiheitsgrade der starken Wechselwirkung *zwischen* freien Teilchen sind bei kleinen Energien die Hadronen. Die starke Wechselwirkung *innerhalb* der Hadronen, die die Struktur der Teilchen festlegt, wird dagegen durch die Quark-Gluon-Dynamik bestimmt. Die Einführung des Mesonaustauschbildes entspricht dem in der Physik weit verbreiteten Konzept, Vielteilchen-Systeme bei kleinen Anregungsenergien durch ihre kollektiven Freiheitsgrade zu beschreiben. In der Regel kann man sich dabei auf die untersten kollektiven Anregungszustände beschränken, wodurch die Dimension des Problems um Größenordnungen reduziert wird. Ein wohlbekanntes Beispiel für diese Vorgehensweise ist die Beschreibung eines Kristalls durch seine Gitterschwingungen (Phononen).

Eine effektive Theorie wie das Mesonaustauschbild enthält unweigerlich einen Satz freier Parameter. Um aus der effektiven Beschreibung hadronischer Prozesse im Niederenergiebereich Erkenntnisse über die starke Wechselwirkung und der ihr zugrunde liegenden Theorie gewinnen zu können, muß die Anzahl dieser Parameter möglichst gering gehalten werden. Dies ist nur zu erreichen, wenn das Mesonaustauschbild in konsistenter Weise auf die verschiedensten hadronischen Prozesse angewendet wird. Nur auf diesem Weg geht die Anwendung des Mesonaustauschbildes über die reine Phänomenologie hinaus und stellt einen alternativen, indirekten Zugang zur QCD bei kleinen Energien dar.

Diese Strategie wird seit nunmehr fast zehn Jahren in Jülich verfolgt. Ausgehend von der Beschreibung der NN -Wechselwirkung durch das Bonn-Potential [1], das die empirischen NN -Streudaten unterhalb der Pionproduktionsschwelle sowie die Eigenschaften des Deuterons hervorragend reproduziert, wurden Mesonaustauschmodelle für verschiedene hadronische Reaktionen entwickelt. Hierbei wurde beispielsweise

bei der Wahl der Parameter auf eine größtmögliche Konsistenz der Modelle untereinander geachtet.

Die nächstliegende Erweiterung des Bonn-Potentials ist die Einbeziehung der Energien oberhalb der Pionproduktionsschwelle in die Beschreibung der NN -Wechselwirkung. Die korrekte Berücksichtigung der Inelastizitäten im Rahmen eines die Drei-Teilchen-Unitarität respektierenden Modells erschwert die theoretische Behandlung der NN -Wechselwirkung bei diesen Energien jedoch enorm. Nahe der Pionproduktionsschwelle ist die Zwei-Teilchen-Unitarität allerdings nur unwesentlich verletzt, so daß die Drei-Teilchen-Unitarität in guter Näherung unberücksichtigt bleiben kann. Während die Pionproduktion bei Energien deutlich oberhalb der Schwelle zumeist über $N\Delta$ -Zwischenzustände abläuft, ist dieser Mechanismus nahe der Schwelle aus kinematischen Gründen unterdrückt. An der Schwelle liefern daher Beiträge ein experimentelles Signal, die bei höheren Energien im Untergrund verschwinden. In jüngster Zeit werden daher in Jülich Untersuchungen zur Pionproduktion an der Schwelle, insbesondere für die in der Literatur vieldiskutierte Reaktion $pp \rightarrow pp\pi^0$, angestellt [2]. Der oben erläuterten Strategie folgend wird dabei entgegen der üblichen Vorgehensweise in der Literatur auf eine weitestgehend konsistente Behandlung der verschiedenen Bausteine des Modells geachtet.

Eine Erweiterung des NN -Wechselwirkungsmodells auf einer anderen Ebene stellt der Übergang zur Hyperon-Nukleon-Wechselwirkung (YN) dar. Durch die Einführung des Strangeness-Freiheitsgrades ergeben sich interessante Fragestellungen, deren Beantwortung zu einem tieferen Verständnis der starken Wechselwirkung beitragen kann. So ist die YN -Wechselwirkung im Prinzip das ideale Testobjekt, um die Bedeutung der $SU(3)_{\text{flavor}}$ -Symmetrie für die hadronische Wechselwirkung zu untersuchen. Diese Symmetrie ist in der starken Wechselwirkung bereits durch die Massen der Hadronen gebrochen. Inwieweit aber ist die $SU(3)_{\text{flavor}}$ -Symmetrie auf der Ebene der Hadronen nicht nur kinematisch, sondern auch dynamisch (z.B. durch die Kopplungskonstanten an den hadronischen Vertices) verletzt? Die Beantwortung dieser Frage, die einen wichtigen Beitrag zum tieferen Verständnis des Niederenergieverhaltens der QCD liefern würde, ist aufgrund der wenigen empirischen Informationen über die YN -Wechselwirkung (fast ausnahmslos spingemittelte Größen in sehr begrenzter Anzahl [3]) aber derzeit nicht möglich. Allerdings ist nach einer zwanzigjährigen Ruhepause, die im Anschluß an die „klassischen“ Blasenkammer-Experimente Ende der sechziger Jahre einsetzte, das Interesse am experimentellen Studium der YN -Wechselwirkung inzwischen wiedererwacht. So werden am KEK-Protonensynchrotron in Japan gegenwärtig Experimente zur elastischen Σ^+p -, Σ^-p - und Λp -Streuung durchgeführt [4]. Sogar Messungen der Ξ^-p -Streuung sind bei KEK in Planung [5]. Aufgrund der geringen Lebensdauer der Hyperonen sind diese Experimente sehr aufwendig, da Produktion, Streuung und Nachweis der Hyperonen

in einer Einheit erfolgen müssen. Wurde dies früher durch die Blaskammer geleistet, so wird heute bei KEK hierzu ein Target aus szintillierenden Fasern verwendet.

Die existierenden Mesonaustauschmodelle [6, 7, 8, 9, 10] der YN -Wechselwirkung unterwerfen die hadronischen Kopplungskonstanten zumindest der $SU(3)$ -Symmetrie [11]. Die Modelle A und B der Jülich-Gruppe [9] gehen hierüber sogar hinaus und nehmen für die Kopplungskonstanten die $SU(6)$ -Symmetrie des statischen Quarkmodells [12] an. Durch die Annahme der $SU(3)$ - bzw. $SU(6)$ -Symmetrie werden die verschiedenen Kopplungskonstanten eines Mesonmultipletts an den Baryonstrom zueinander in Beziehung gesetzt, so daß sich die Anzahl freier Modellparameter deutlich verringert. Insbesondere gelingt es dadurch, die Kopplungskonstanten an den strange Vertizes (Vertizes mit Teilchen nichtverschwindender Strangeness) mit den Nukleon-Nukleon-Meson Kopplungskonstanten zu verknüpfen, die in den einzelnen Modellen im Rahmen der Untersuchung der NN -Wechselwirkung durch die Fülle empirischer Informationen innerhalb enger Grenzen festgelegt sind. Die verschiedenen YN -Wechselwirkungsmodelle der Nijmegen- [6, 7, 8] und der Jülich-Gruppe [9, 10] liefern allesamt eine gute Beschreibung der (noch) spärlichen experimentellen YN -Streudaten. Die Annahme der $SU(3)$ -Symmetrie für die Kopplungskonstanten steht daher bislang in keinerlei Widerspruch zum Experiment.

Der Idee Yukawas folgend konnte aus den empirisch bestimmten Eigenschaften der nuklearen Wechselwirkung auf die Merkmale der Träger der Kernkraft, also der Mesonen, geschlossen werden. Aufgrund der endlichen Reichweite der Kernkraft postulierte bereits Yukawa ein Teilchen mit einer Masse in der Größenordnung von 100 MeV . Später, zu Beginn der sechziger Jahre schloß dann Breit aus der kurzreichweitigen Repulsion und der starken Spin-Bahn-Kraft der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung auf die Existenz von Vektormesonen. Die Entdeckung des Pions in 1947 sowie der Nachweis der beiden Vektormesonen ρ und ω in 1961 sind daher eindrucksvolle Bestätigungen für die Vorhersagekraft des Mesonaustauschbildes. Der Ursprung der starken Attraktion mittlerer Reichweite in der NN -Wechselwirkung blieb allerdings lange Zeit ungeklärt. In den Einboson-Austausch-Modellen (OBE-Modellen) der sechziger Jahre [13, 14] wurde die mittelreichweitige Attraktion ebenso wie ein Teil der Spin-Bahn-Kraft durch den Austausch eines skalaren-isoskalaren Mesons (σ_{OBE} -Meson) mit einer Masse zwischen 500 und 700 MeV erklärt. Eine entsprechende Resonanz in der isoskalaren S -Welle des $\pi\pi$ -Systems konnte aber experimentell nie gesichert nachgewiesen werden [15].

Die Baryon-Baryon-Wechselwirkungsmodelle der Nijmegen-Gruppe [6, 7, 8] gehen von der Existenz einer sehr breiten skalaren-isoskalaren $\pi\pi$ -Resonanz (ϵ -Meson, $m_\epsilon = 760\text{ MeV}$, $\Gamma_\epsilon = 640\text{ MeV}$) aus, die im Experiment (z.B. $\pi N \rightarrow \pi\pi N$) unter dem starken ρ^0 -Signal verborgen ist und daher nicht gesichert nachgewiesen werden kann. Aus praktischen Gründen wird der Austausch des breiten ϵ -Mesons

in einer Zwei-Pol-Näherung, d.h. durch die Summe zweier Yukawa-Terme mit den Massen m_1 und m_2 beschrieben [16]. Die kleinere der beiden Massen liegt bei ungefähr 500 MeV . Der entsprechende Yukawa-Term liefert damit einen vergleichbaren attraktiven Beitrag mittlerer Reichweite wie das aus phänomenologischen Gründen eingeführte σ_{OBE} -Meson. Das ϵ -Meson wird in den Nijmegen-Modellen entweder als $SU(3)$ -Singulett (Modell D [6]) oder als Mitglied eines kompletten Nonetts skalarer Mesonen eingeführt (Modelle F [7] und SC [8]). Wie bei den pseudoskalaren und den Vektormesonen werden die Kopplungskonstanten der skalaren Mesonen $SU(3)$ -Relationen unterworfen. Im Nijmegen-Modell D koppelt dann das ϵ -Meson als $SU(3)$ -Singulett universell, also mit einheitlicher Stärke, an die Baryonen. Die skalaren Kopplungen in den Modellen F und SC hängen dagegen von vier $SU(3)$ -Parametern ab, die zunächst unbestimmt sind und an die NN - und YN -Streudaten angepaßt werden. In dem Soft-Core (SC) Modell [8], dem jüngsten Baryon-Baryon-Wechselwirkungsmodell der Nijmegen-Gruppe, umfaßt das skalare Mesonnonett neben dem ϵ das isoskalare $f_0(975)$, das isovektorielle $a_0(980)$ und die strange Mesonen κ . Die Existenz der κ -Mesonen ist wie die des ϵ -Mesons experimentell nicht gesichert [15]. Diese Mesonen des skalaren Nonetts werden von der Nijmegen-Gruppe mit den vom MIT-Bagmodell [17] vorhergesagten skalaren $q^2\bar{q}^2$ -Zuständen identifiziert [18]. Diese Zuordnung ist aber für das $f_0(975)$ und das $a_0(980)$ zumindest umstritten. Eine jüngst im Rahmen des Mesonaustauschbildes durchgeführte Analyse [19] des gekoppelten Systems aus $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Kanal kommt zu dem Resultat, daß das $f_0(975)$ ein gebundener $K\bar{K}$ -Zustand im $\pi\pi$ -Kontinuum ist. Die entsprechende Untersuchung der $\pi\eta - K\bar{K}$ -Wechselwirkung zeigt, daß der $a_0(980)$ -Pol ein dynamisch generierter Schwelleneffekt und daher weder ein konventioneller $q\bar{q}$ -Zustand noch ein $K\bar{K}$ -Bindungszustand ist. Aufgrund der ungesicherten Annahmen kann die Beschreibung der mittelreichweitigen Attraktion durch den ϵ -Austausch in den Nijmegen-Modellen konzeptionell nicht überzeugen. Innerhalb der OBE-Modelle kann keine zufriedenstellende Erklärung für diesen Anteil der Baryon-Baryon-Wechselwirkung gegeben werden.

Geht man hingegen über den OBE-Ansatz hinaus, so liefern die unkorrelierten und korrelierten Zwei-Pion-Austauschprozesse unmittelbar die relevanten Beiträge mittlerer Reichweite zur NN -Wechselwirkung. Bei vollständiger Berücksichtigung der $\pi\pi$ -Korrelationen in der P -Welle des $\pi\pi$ -Systems werden auch die Beiträge des in den OBE-Modellen enthaltenen ρ -Austauschs vom $\pi\pi$ -Austausch generiert. Die Bedeutung des $\pi\pi$ -Austauschs wurde im Laufe der siebziger Jahre durch die Arbeiten der Gruppen aus Stony Brook [20] und Paris [21] demonstriert. Beide Gruppen entwickelten NN -Wechselwirkungsmodelle, in denen die $\pi\pi$ -Austauschbeiträge mit Hilfe dispersionstheoretischer Methoden aus πN - und $\pi\pi$ -Streudaten abgeleitet wurden. Mediumeffekte, also Modifikationen der NN -Wechselwirkung im Kernmedium, konnten mit diesem strikt dispersionstheoretischen Ansatz allerdings nicht unter-

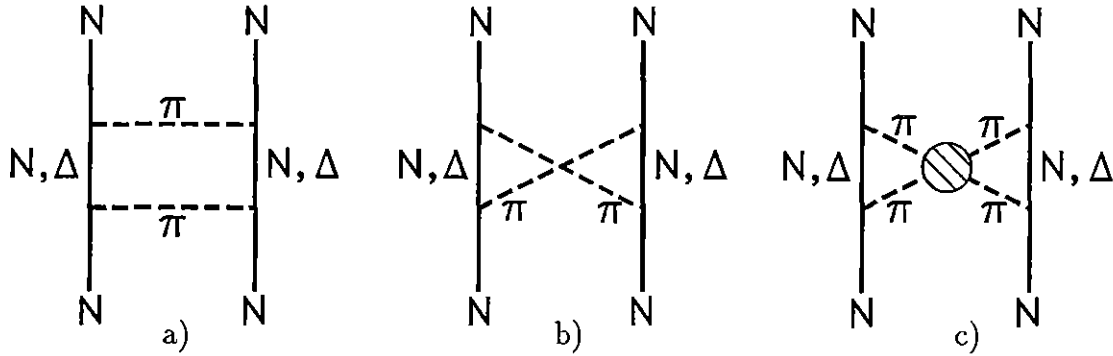


Abbildung 1.1: Zwei-Pion-Austausch in der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung:

a) iterative Boxen, b) Crossed-Boxen, c) korrelierter Zwei-Pion-Austausch.

Die iterative Box mit dem NN -Zwischenzustand wird durch die Iteration des Ein-Pion-Austauschs in der Streugleichung generiert. In OBE-Modellen werden alle anderen Beiträge durch σ_{OBE} - und ρ -Austausch parametrisiert. Im Bonn-Potential [1] werden alle unkorrelierten Beiträge (a und b) explizit ausgewertet. Der korrelierte $\pi\pi$ -Austausch (c) wird durch σ' - und ρ -Austausch parametrisiert.

sucht werden. Ebenso ist dieses Verfahren für die Berechnung des $\pi\pi$ -Austauschs in den anderen Baryon-Baryon-Kanälen ungeeignet, da außer für die πN -Streuung verlässliche Daten zur Pion-Baryon-Streuung nicht zur Verfügung stehen.

Im Gegensatz zum dispersionstheoretischen Ansatz der Gruppen in Stony Brook und Paris wurde das Bonn- NN -Potential [1] im feldtheoretischen Zugang konstruiert. Neben den π -, ω - und δ -OBE-Beiträgen enthält das Bonn-Potential alle unkorrelierten $\pi\pi$ -Austauschprozesse mit NN -, $N\Delta$ - und $\Delta\Delta$ -Zwischenzuständen (vgl. Abb. 1.1) sowie weitere 3π - und 4π -Austauschprozesse. Aus der Untersuchung der $\pi\pi$ -Wechselwirkung folgt [22], daß die $\pi\pi$ -Korrelationen hauptsächlich im skalaren-isoskalaren und im vektoriellen-isovektoriellen t -Kanal-Austausch zweier Pionen von Bedeutung sind. In diesen Kanälen werden daher die korrelierten $\pi\pi$ -Austauschprozesse (Abb. 1.1c) im Bonn-Potential näherungsweise berücksichtigt. Die entsprechenden Beiträge sind in Anlehnung an die dispersionstheoretischen Ergebnisse aus Ref. [22] durch σ' - und ρ -Austausch parametrisiert worden. Damit gelten aber für den korrelierten $\pi\pi$ -Austausch im Bonn-Potential die gleichen Einschränkungen, die zuvor bei den dispersionstheoretischen NN -Modellen gemacht wurden: Mediumeffekte können anhand der Parametrisierung nicht untersucht werden. Außerdem ist eine wohldefinierte Übertragung der Parametrisierung des korrelierten Austauschs auf die Hyperon-Nukleon-Wechselwirkung nicht möglich.

In den YN -Wechselwirkungsmodellen der Jülich-Gruppe [9, 10], die auf dem Bonn- NN -Potential aufbauen, sind die Kopplungskonstanten und Cutoff-Massen des fiktiven σ' -Mesons an den strange Vertizes ($\Lambda\Lambda\sigma'$, $\Sigma\Sigma\sigma'$) daher im wesentlichen freie Parameter, die an die YN -Streudaten angepaßt werden. Angesichts der

dürftigen experimentellen Informationen zur YN -Wechselwirkung kann dieses Vorgehen nicht zufriedenstellen. Dies gilt erst recht für eine eventuelle Erweiterung der YN -Modelle auf die Baryon-Baryon-Kanäle mit Strangeness $S = -2$. Außer einigen Daten zu Ξ - und $\Lambda\Lambda$ -Hyperkernen existieren für diese Kanäle noch (s.o.) keine empirischen Informationen. Das trotzdem große Interesse an den $S = -2$ -Kanälen resultiert aus der Vorhersage des H-Dibaryons durch Jaffe [23]. Das H-Dibaryon ist ein tief gebundener Sechs-Quark-Zustand mit dem gleichen Quarkinhalt wie das $\Lambda\Lambda$ -System ($uuddss$). Die Quantenzahlen des H-Dibaryons entsprechen denen eines $\Lambda\Lambda$ -Zustands in der 1S_0 -Partialwelle. Für die experimentelle Suche nach dem H-Dibaryon ist die Abgrenzung gegenüber konventionellen, dem Deuteron ähnlichen $\Lambda\Lambda$ -Bindungszuständen wichtig. Eine Analyse möglicher $S = -2$ -Bindungszustände im Rahmen des Mesonaustauschbildes könnte hierzu wichtige Informationen beisteuern, erfordert allerdings die Behandlung des gekoppelten Systems aus $\Lambda\Lambda$ -, $N\Xi$ - und $\Sigma\Sigma$ -Kanal. Eine Erweiterung der Jülich- YN -Modelle auf diese Kanäle besitzt aber nur eine sehr geringe Vorhersagekraft, da die Parameter des $\Xi\Xi\sigma'$ -Vertex aus den vorgenannten Gründen unbestimmt sind und an keine empirischen Daten angepaßt werden können.

Die hier geschilderten, aus der Parametrisierung des korrelierten $\pi\pi$ -Austauschs resultierenden Probleme können durch die explizite, feldtheoretische Auswertung der korrelierten $\pi\pi$ -Prozesse in den verschiedenen Baryon-Baryon-Kanälen vermieden werden. Für die NN -Wechselwirkung wurde eine entsprechende Rechnung von Kim [24] durchgeführt. Ausgangspunkt dieser Rechnung ist ein feldtheoretisches Modell für die $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Bornamplituden sowie das gleichsam mikroskopische Jülich-Modell der $\pi\pi$ - $K\bar{K}$ Wechselwirkung [25]. Aus den vollen $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden wird dann unter Ausnutzung der Unitarität sowie einer Dispersionsrelation die Amplitude für den korrelierten $\pi\pi$ -Austausch in der NN -Wechselwirkung abgeleitet [24]. Die Ergebnisse in Ref. [24] zeigen, daß die Eigenschaften des korrelierten $\pi\pi$ -Austauschs durch den σ' - und den ρ -Austausch im Bonn-Potential nur unzureichend wiedergegeben werden.

Für die korrekte Beschreibung der $\pi\pi$ -Wechselwirkung im skalaren-isoskalaren Kanal ist die Ankopplung an den $K\bar{K}$ -Kanal essentiell, wie in Zusammenhang mit der Interpretation des $f_0(975)$ als $K\bar{K}$ -Bindungszustand klar zu erkennen ist. Außer in dem $\pi\pi$ - $K\bar{K}$ Wechselwirkungsmodell wird der $K\bar{K}$ -Kanal in Ref. [24] völlig vernachlässigt. Tatsächlich ist dies im NN -Fall eine zulässige Näherung, da die Berücksichtigung von $N\bar{N} \rightarrow K\bar{K}$ Bornamplituden in Ref. [22] die Amplituden des korrelierten $\pi\pi$ -Austauschs nur geringfügig beeinflusste. Dies kann jedoch nicht ohne weiteres auf den korrelierten Austausch in der Hyperon-Nukleon- und der Hyperon-Hyperon-Wechselwirkung übertragen werden.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist daher die feldtheoretische Auswertung des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs in den verschiedenen Baryon-Baryon-Kanälen mit

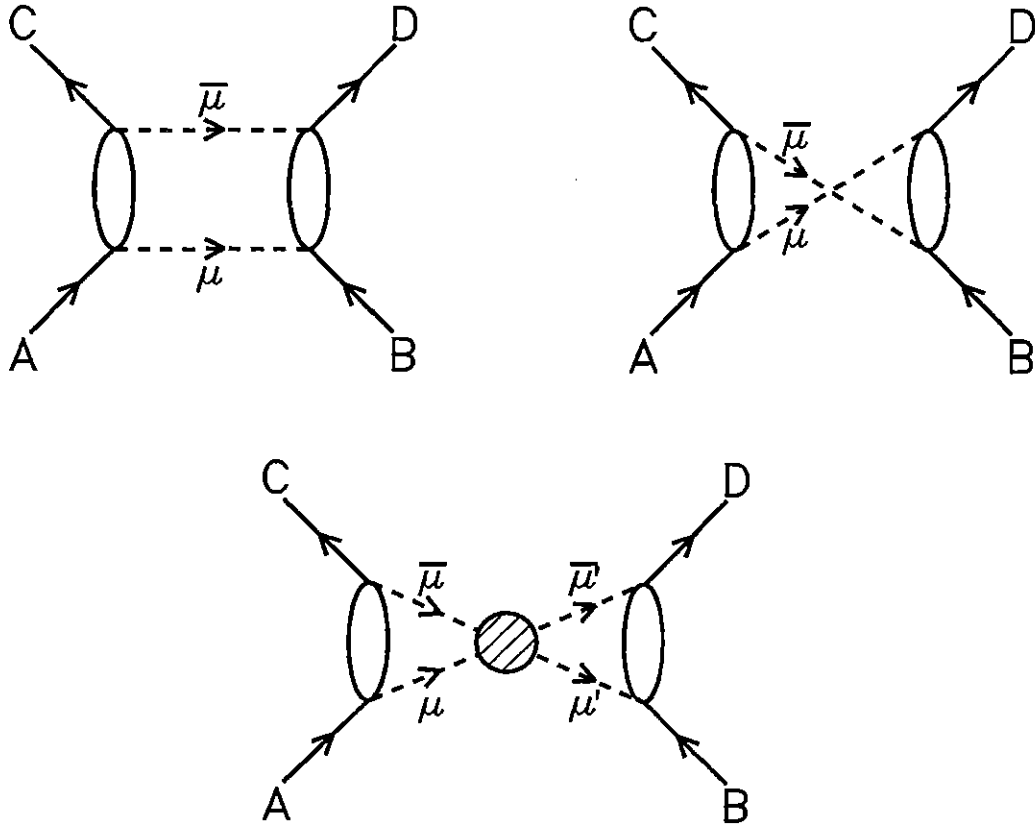


Abbildung 1.2: Zwei-Pion- und Zwei-Kaon-Austausch in der Baryon-Baryon-Reaktion $A + B \rightarrow C + D$. Die unschraffierten Ellipsen stellen die direkte Ankopplung der beiden pseudoskalaren Mesonen $\mu\bar{\mu} = \pi\pi, K\bar{K}$ an die Baryonen ohne Korrelationseffekte dar (s. Abb. 1.3). Der schraffierte Kreis im unteren Diagramm für den korrelierten Austausch symbolisiert die volle Off-shell-Amplitude für den Prozeß $\mu\bar{\mu} \rightarrow \mu'\bar{\mu}'$.

Strangeness $S = 0, -1, -2$ (s. Abb. 1.2). In der Rechnung wird dabei auf eine gleichberechtigte Behandlung des $\pi\pi$ - und des $K\bar{K}$ -Kanals geachtet, um so den Einfluß des $K\bar{K}$ -Kanals auf den korrelierten Austausch exakt untersuchen zu können. Als Resultat dieser Rechnungen können die phänomenologischen σ' - und ρ -Austauschprozesse in den NN - und YN -Wechselwirkungsmodellen durch die korrelierten Prozesse ersetzt werden. Die damit verbundene Elimination unbestimmter Modellparameter (z.B. der σ' -Kopplungskonstanten) stellt eine bedeutende Aufwertung der Aussagekraft dieser Modelle dar und ermöglicht beispielsweise auch eine sinnvolle Behandlung der $S = -2$ Baryon-Baryon-Kanäle.

Die Vorgehensweise in dieser Arbeit ähnelt dem in den Refn. [24, 26, 27] vorgestellten Formalismus für den korrelierten $\pi\pi$ -Austausch in der NN -Wechselwirkung. Aufgrund der zusätzlichen Berücksichtigung des $K\bar{K}$ -Kanals sowie der unterschiedlichen Baryonmassen (beispielsweise im $N\Lambda$ -Kanal) sind an einigen Stellen jedoch

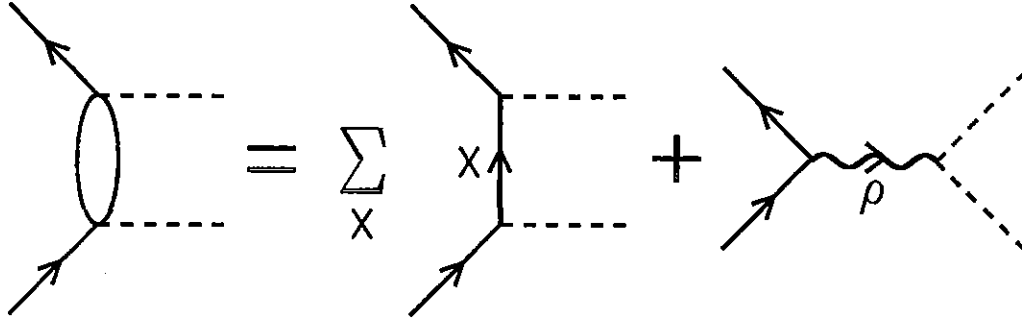


Abbildung 1.3: Mikroskopisches Modell für die $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Bornamplituden. Die durchgezogenen Linien bezeichnen (Anti-)Baryonen, die gestrichelten Linien die pseudoskalaren Mesonen $\pi\pi$ oder $K\bar{K}$. Die Summe über die Austauschbaryonen X umfaßt alle Mitglieder des $J^P = \frac{1}{2}^+$ -Oktetts und des $J^P = \frac{3}{2}^+$ -Dekupletts, deren Austausch mit der Erhaltung von Strangeness und Isospin verträglich ist.

Verallgemeinerungen dieses Formalismus erforderlich. Den Ausgangspunkt der Behandlung bildet ein feldtheoretisches Modell für die Baryon-Antibaryon($B\bar{B}'$) $\rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Bornamplituden [28] in den $J^P = 0^+, 1^-$ -Kanälen. Neben den verschiedenen Baryonaustausch-Graphen enthält dieses Modell in Analogie zum $\pi\pi$ - $K\bar{K}$ Wechselwirkungsmodell [25, 29] auch den ρ -Polgraphen (vgl. Abb. 1.3). Die Bornamplituden werden zunächst in den pseudophysikalischen Bereich unterhalb der $B\bar{B}'$ -Schwelle analytisch fortgesetzt. Durch die Lösung der kovarianten Streugleichung unter Berücksichtigung der vollen $\pi\pi - K\bar{K}$ Korrelationen ergeben sich dann die $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Amplituden im pseudophysikalischen Bereich. Im $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Kanal können diese Amplituden an quasiempirische Daten [30, 31] angepaßt werden, die aus der analytischen Fortsetzung von πN - und $\pi\pi$ -Streudaten gewonnen wurden. Unter Annahme der $SU(6)$ -Symmetrie für die Kopplungskonstanten ist dann eine parameterfreie Beschreibung der anderen Teilchenkanäle möglich.

Über die Unitaritätsrelation legen die Produkte der $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Amplituden die Singularitätenstruktur der Baryon-Baryon-Amplituden für den $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch fest. Durch die Annahme der Analytizität der Amplituden können dann Dispersionsrelationen für die Baryon-Baryon-Amplituden formuliert werden. Durch die Dispersionsrelationen werden die physikalischen Baryon-Baryon-Amplituden im s -Kanal mit den Singularitäten und Diskontinuitäten dieser Amplituden im pseudophysikalischen Bereich des t -Kanal-Prozesses verknüpft. Durch eine geeignete Subtraktion der unkorrelierten Beiträge, die direkt im s -Kanal berechnet werden und so das korrekte Energieverhalten besitzen, erhält man schließlich die Amplituden für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch im Baryon-Baryon-System.

Im Anschluß an diese Einleitung wird im zweiten Kapitel zunächst der formale Rahmen für die dispersionstheoretische Berechnung des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs abgesteckt. Nach einer allgemeinen Einführung in die relativistische Kinematik von Zwei-Teilchen-Streuprozessen und der Definition der verwendeten Amplituden wird die Unitaritätsrelation für die Streuamplituden im t -Kanal abgeleitet. Im Anschluß daran werden die Dispersionsrelationen für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch eingehend diskutiert. Daran schließt sich die Konstruktion des Potentials für den korrelierten Austausch an. In diesem Zusammenhang wird die Parametrisierung der korrelierten Prozesse durch σ - und ρ -Austausch beschrieben. Zum Abschluß dieses Kapitels wird die Isospinstruktur des korrelierten Austauschs näher untersucht.

Im dritten Kapitel wird das mikroskopische Modell für die $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Amplituden vorgestellt. Nach einer kurzen Skizze des Modells wird die in dieser Arbeit verwendete relativistische, dreidimensionale Blankenbecker-Sugar-Gleichung aus der exakten feldtheoretischen Iterationsgleichung, der Bethe-Salpeter-Gleichung, abgeleitet. Im Anschluß daran werden die $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Bornamplituden konstruiert. Die Konstruktion kann für den Spin-Impuls-Anteil und den $SU(3)$ -Anteil getrennt durchgeführt werden. Zum Abschluß dieses Kapitels werden die wesentlichen Eigenschaften des hier verwendeten $\pi\pi - K\bar{K}$ Wechselwirkungsmodells zusammengefaßt.

Im vierten Kapitel schließlich werden die Ergebnisse der Rechnungen diskutiert. Die Anordnung der Ergebnisse entspricht der oben angedeuteten Vorgehensweise zur Ableitung des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs. Zunächst werden also die $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Bornamplituden, dann die vollen $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Amplituden, dann die Diskontinuitäten der Baryon-Baryon-Amplituden bzw. die Spektralfunktionen und schließlich die Potentiale des korrelierten Austauschs in den verschiedenen Baryon-Baryon-Kanälen diskutiert. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick auf die Anwendungsmöglichkeiten des vorgestellten Modells.

Kapitel 2

Dispersionstheoretische Berechnung des Zwei-Pion- und Zwei-Kaon-Austauschs

Die Anwendung dispersionstheoretischer Methoden zur Auswertung des Zwei-Pion-Austauschs ist ein in der Literatur (z.B. Refn. [20, 21, 24, 26, 27]) für das NN -System bereits des öfteren verwendetes Konzept. Daneben existieren einige ältere Arbeiten [32, 33, 34, 35], die sich mit der dispersionstheoretischen Berechnung des Zwei-Pion-Austauschs in der $N\Lambda$ - und $\Lambda\Lambda$ -Wechselwirkung beschäftigen. Den Ausgangspunkt aller Rechnungen bilden Amplituden für den Übergang des Baryon-Antibaryon-Systems in zwei Pionen im pseudophysikalischen Energiebereich unterhalb der Baryon-Antibaryon-Schwelle. Die Amplituden werden mit einem mikroskopischen Modell generiert oder können im Falle der $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden aus den empirischen πN - und $\pi\pi$ -Streudaten durch analytische Fortsetzung gewonnen werden. Über Unitaritätsrelationen stehen die Produkte dieser Amplituden in Zusammenhang mit den vom Zwei-Pion-Austausch erzeugten Diskontinuitäten der Baryon-Baryon-Amplituden. Mit der Kenntnis dieser Singularitäten können dann durch die Anwendung von Dispersionsrelationen die physikalischen Amplituden für den Zwei-Pion-Austausch in der Baryon-Baryon-Wechselwirkung bestimmt werden.

Die vorliegende Arbeit geht durch die vollständige Einbeziehung des Zwei-Kaon-Austauschs sowie die simultane Behandlung der verschiedenen Baryon-Baryon-Kanäle mit Strangeness $S = 0, -1, -2$ über die bislang in der Literatur angestellten Untersuchungen hinaus. Dies erfordert an einigen Stellen eine Erweiterung der üblichen Vorgehensweise. In diesem Kapitel wird der Formalismus für die dispersionstheoretische Berechnung des $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs vorgestellt. Zu Beginn wird die relativistische Kinematik von Zwei-Teilchen-Streuprozessen diskutiert. Die in dieser Arbeit verwendeten Konventionen für die Streuamplituden, die die Dynamik eines Streuprozesses beschreiben, werden im zweiten Abschnitt vorgestellt. Neben

der Operatorstruktur der Amplituden im Spin-Impuls-Raum wird dabei auch die Idee der Analytizität der Streuamplituden eingeführt. Aus der Unitarität der S -Matrix werden im dritten Abschnitt die Unitaritätsrelationen für die Amplituden der Baryon-Antibaryon-Streuung abgeleitet. Aus den Unitaritätsrelationen können die Diskontinuitäten der invarianten Amplituden extrahiert werden. Diese gehen in die Dispersionsrelationen aus dem vierten Abschnitt ein, die schließlich die Amplituden für den $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch im σ - und ρ -Kanal der Baryon-Baryon-Wechselwirkung liefern. Im fünften Abschnitt wird die Verwendung dieser Amplituden als Bestandteil eines vollen Modells der Baryon-Baryon-Wechselwirkung diskutiert. Außerdem wird die Parametrisierung des $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs durch den Austausch eines effektiven σ - bzw. ρ -Mesons eingeführt. Die Isospinabhängigkeit der Amplituden wird schließlich im sechsten Abschnitt untersucht.

2.1 Relativistische Kinematik

Die Kinematik eines Zwei-Teilchen-Streuprozesses $A + B \rightarrow C + D$ wie in Abb. 2.1 ist durch die Angabe der 4-Impulse der Teilchen (p_A, p_B, p_C, p_D) eindeutig bestimmt. Die insgesamt $4 \times 4 = 16$ Komponenten der Teilchenimpulse sind allerdings nicht alle unabhängig voneinander. Vier Komponenten sind durch die Bedingung festgelegt, daß sich die freien Teilchen auf ihrer Massenschale befinden ($p_X^2 = M_X^2, X = A, \dots, D$). Vier weitere Komponenten folgen aus der 4-Impulserhaltung ($p_A + p_B = p_C + p_D$). Das Bezugssystem, in dem die Reaktion beschrieben wird, wird durch sechs Komponenten spezifiziert, nämlich drei für den Schwerpunktsimpuls und drei für die räumliche Orientierung des Koordinatensystems. Es verbleiben daher nur zwei unabhängige Komponenten, von denen die Dynamik eines Streuprozesses abhängen kann.

In der nichtrelativistischen Streutheorie werden in aller Regel die Gesamtenergie und der Streuwinkel im Schwerpunktsystem als unabhängige kinematische Größen gewählt. In der relativistischen Streutheorie werden stattdessen Lorentz-invariante Größen, die sogenannten Mandelstam-Variablen, eingeführt:

$$\begin{aligned} s &= (p_A + p_B)^2 = (p_C + p_D)^2 \\ t &= (p_C - p_A)^2 = (p_B - p_D)^2 \\ u &= (p_D - p_A)^2 = (p_B - p_C)^2 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Von den drei Mandelstam-Variablen sind entsprechend den zu Beginn gemachten Ausführungen nur zwei unabhängig. Die Beziehung zwischen ihnen lautet:

$$s + t + u = M_A^2 + M_B^2 + M_C^2 + M_D^2 \equiv \Sigma \quad (2.2)$$

Wie durch die Abb. 2.1 angedeutet wird, steht die Kinematik des Streuprozesses $A + B \rightarrow C + D$ in engem Zusammenhang mit der Beschreibung zweier weiterer

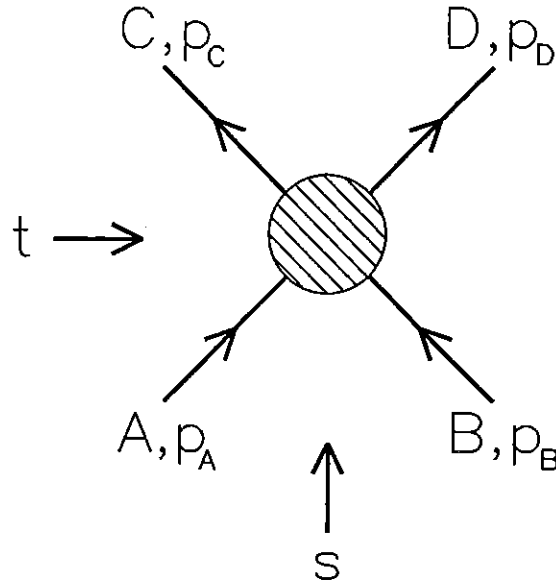


Abbildung 2.1: Zwei-Teilchen-Streuprozess.

Streuprozesse, die sich durch das sogenannte „Crossing“ ergeben:

$$\begin{array}{lll}
 A, p_A + B, p_B & \rightarrow & C, p_C + D, p_D & \text{„s-Kanal“} \\
 A, p_A + \bar{C}, -p_C & \rightarrow & \bar{B}, -p_B + D, p_D & \text{„t-Kanal“} \\
 A, p_A + \bar{D}, -p_D & \rightarrow & C, p_C + \bar{B}, -p_B & \text{„u-Kanal“}
 \end{array} \quad (2.3)$$

Die Benennung der Kanäle richtet sich dabei nach der Mandelstam-Variable, die in dem jeweiligen Kanal das Quadrat der Gesamtenergie im Schwerpunktsystem der Reaktion angibt. Sind unter den vier Teilchen Baryonen, so wird die Reihenfolge der Teilchen in aller Regel so gewählt, daß im t -Kanal die Baryonenzahl im ein- und auslaufenden Zustand verschwindet.

Im Schwerpunktsystem des s -Kanal-Prozesses ergibt sich für die 4-Impulse der Teilchen:

$$p_A = \begin{pmatrix} E_A \\ \vec{p}_s \end{pmatrix}, \quad p_B = \begin{pmatrix} E_B \\ -\vec{p}_s \end{pmatrix}, \quad p_C = \begin{pmatrix} E_C \\ \vec{q}_s \end{pmatrix}, \quad p_D = \begin{pmatrix} E_D \\ -\vec{q}_s \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

mit den Energien $E_X = \sqrt{M_X^2 + \vec{p}_X^2}$. Die Beträge der Relativimpulse \vec{p}_s und \vec{q}_s im Anfangs- und Endzustand lassen sich durch s ausdrücken:

$$\begin{aligned}
 \vec{p}_s^2 &= \frac{[s - (M_A + M_B)^2][s - (M_A - M_B)^2]}{4s}, \\
 \vec{q}_s^2 &= \frac{[s - (M_C + M_D)^2][s - (M_C - M_D)^2]}{4s}.
 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Ebenso kann der Streuwinkel $\vartheta_s = \angle(\vec{p}_s, \vec{q}_s)$ als Funktion der drei Mandelstam-Variablen geschrieben werden:

$$\cos \vartheta_s = \frac{s(t - u) + (M_A^2 - M_B^2)(M_C^2 - M_D^2)}{4s|\vec{p}_s||\vec{q}_s|}. \quad (2.6)$$

Wählt man für den t -Kanal-Prozeß $A + \bar{C} \rightarrow \bar{B} + D$ die 4-Impulse im Schwerpunktsystem gemäß

$$p_A = \begin{pmatrix} E_A \\ \vec{p}_t \end{pmatrix}, \quad -p_C = \begin{pmatrix} E_C \\ -\vec{p}_t \end{pmatrix}, \quad p_D = \begin{pmatrix} E_D \\ \vec{q}_t \end{pmatrix}, \quad -p_B = \begin{pmatrix} E_B \\ -\vec{q}_t \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

so lauten die entsprechenden Relationen für die Beträge der Relativimpulse \vec{p}_t und \vec{q}_t sowie den Streuwinkel $\vartheta_t = \angle(\vec{p}_t, \vec{q}_t)$:

$$\begin{aligned} \vec{p}_t^2 &= \frac{[t - (M_A + M_C)^2][t - (M_A - M_C)^2]}{4t}, \\ \vec{q}_t^2 &= \frac{[t - (M_B + M_D)^2][t - (M_B - M_D)^2]}{4t}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\cos \vartheta_t = \frac{t(u - s) + (M_A^2 - M_C^2)(M_D^2 - M_B^2)}{4t|\vec{p}_t||\vec{q}_t|}. \quad (2.9)$$

Für spätere Zwecke sei noch vermerkt, daß die Kinematik eines Zwei-Teilchen-Streuprozesses anstatt durch die vier Teilchenimpulse p_A, \dots, p_D häufig auch durch den Schwerpunktsimpuls sowie die folgenden drei Linearkombinationen der Teilchenimpulse beschrieben wird:

$$\Delta \equiv p_C - p_A = p_B - p_D, \quad P \equiv \frac{1}{2}(p_A + p_C), \quad Q \equiv \frac{1}{2}(p_B + p_D). \quad (2.10)$$

Die aus diesen drei 4-Impulsen gebildeten Skalarprodukte lassen sich natürlich durch die Mandelstam-Variablen ausdrücken:

$$\begin{aligned} \Delta^2 &= t, & P \cdot \Delta &= \frac{1}{2}(M_C^2 - M_A^2), \\ P^2 &= \frac{1}{2}(M_A^2 + M_C^2) - t/4, & Q \cdot \Delta &= \frac{1}{2}(M_B^2 - M_D^2), \\ Q^2 &= \frac{1}{2}(M_B^2 + M_D^2) - t/4, & P \cdot Q &= (s - u)/4. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Die Werte, die die Mandelstam-Variablen für physikalische Streuprozesse im s -, t - oder u -Kanal annehmen können, sind dadurch eingeschränkt, daß die Schwerpunktsenergie größer als die Schwellenenergie für den jeweiligen Prozeß sein muß und der Kosinus des Streuwinkels im Intervall $[-1, 1]$ liegt. Die Auswertung dieser Randbedingungen führt auf die kompakte Formulierung [36, 37], daß der physikalische Wertebereich der Mandelstam-Variablen s und t (und damit nach Gl. 2.2 auch u) durch die implizite Bedingung $\Phi(s, t) \geq 0$ gegeben ist, wobei

$$\Phi(s, t) \equiv stu - Xs - Yt - Zu \quad (2.12)$$

mit

$$\begin{aligned} X &\equiv (M_A^2 M_B^2 - M_C^2 M_D^2)(M_A^2 + M_B^2 - M_C^2 - M_D^2)/\Sigma, \\ Y &\equiv (M_A^2 M_C^2 - M_B^2 M_D^2)(M_A^2 + M_C^2 - M_B^2 - M_D^2)/\Sigma, \\ Z &\equiv (M_A^2 M_D^2 - M_B^2 M_C^2)(M_A^2 + M_D^2 - M_B^2 - M_C^2)/\Sigma. \end{aligned} \quad (2.13)$$

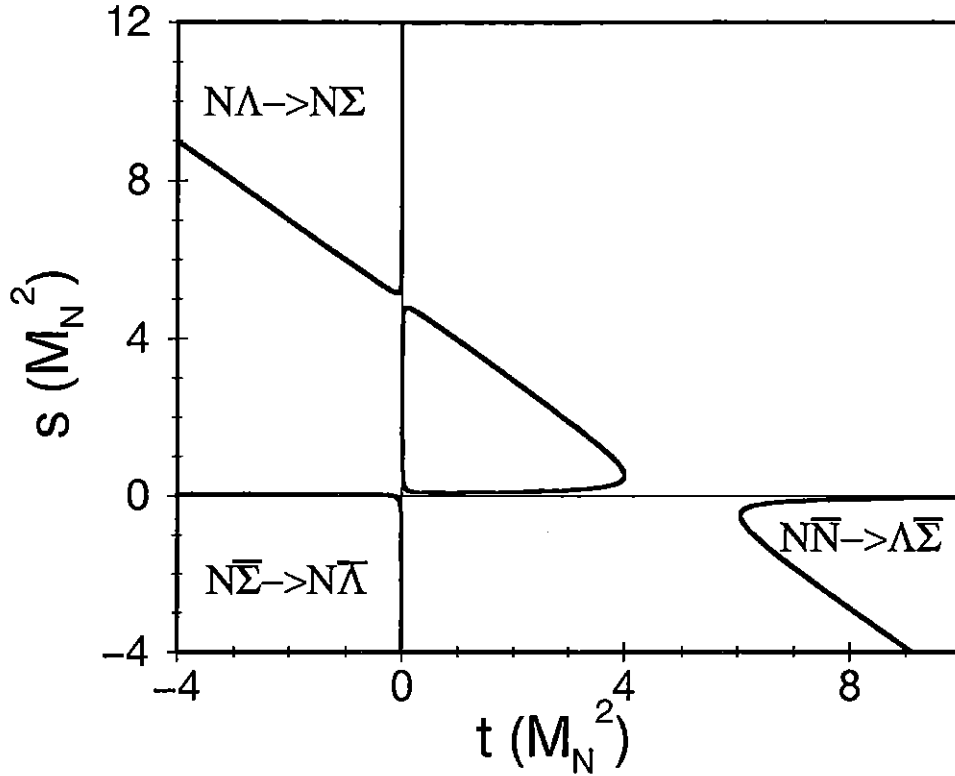


Abbildung 2.2: Physikalischer Wertebereich der Mandelstam-Variablen für den s -Kanal-Streuprozess $N\Lambda \rightarrow N\Sigma$ sowie für die zugehörigen t - und u -Kanal-Prozesse. Das von dem geschlossenen Zweig begrenzte kompakte Gebiet enthält in diesem Fall energetisch verbotene Zerfallsprozesse.

In der st -Ebene liefert Gl. 2.12 drei sich nicht überlappende, unendlich ausgedehnte Gebiete, die von den drei offenen Zweigen der Kurve $\Phi(s, t) = 0$ begrenzt werden und die physikalischen Wertebereiche von s, t für s -, t - und u -Kanal-Streuprozesse darstellen. Das gegebenenfalls zusätzlich auftretende kompakte Gebiet, das durch einen vierten Zweig von $\Phi(s, t) = 0$ begrenzt wird, beschreibt den Zerfall eines der Teilchen in die drei anderen, falls dies energetisch möglich ist. In Abb. 2.2 ist als Beispiel der physikalische Wertebereich der Mandelstam-Variablen für die s -Kanal-Reaktion $\Lambda N \rightarrow \Sigma N$ sowie die entsprechenden t - und u -Kanal-Reaktionen dargestellt.

2.2 Definition der Amplituden

In der Literatur existieren verschiedene Konventionen zur Normierung der Streuamplituden. Die Normierung der jeweiligen Amplituden läßt sich am einfachsten aus dem Zusammenhang zwischen der Streuamplitude und der S -Matrix ablesen, da die unitäre S -Matrix in der allgemeinen Streutheorie eindeutig festgelegt ist. Für eine allgemeine Reaktion mit n_i Teilchen im Anfangszustand $|i\rangle$ und n_f Teilchen im Endzustand $|f\rangle$ gelte in dieser Arbeit der in der kovarianten Feldtheorie [38] üblicherweise verwendete Zusammenhang zwischen der *Streuamplitude* T und der *S-Matrix*:

$$\langle f | S | i \rangle = \langle f | i \rangle - i \frac{(2\pi)^4}{\sqrt{N_f N_i}} \delta^{(4)}(P_f - P_i) \langle f | T | i \rangle. \quad (2.14)$$

Hierbei möge P_i (P_f) den 4-Gesamtimpuls des einlaufenden (auslaufenden) Zustands bezeichnen. Die Normierungsfaktoren N_i und N_f ergeben sich aus:

$$N_x = (2\pi)^{3n_x} \prod_{j=1}^{n_x} \frac{2E_j}{(2M_j)^{b_j}} \quad (x = i, f) \quad , \quad (2.15)$$

wobei das j . Teilchen im jeweiligen Kanal die Masse M_j , den Impuls \vec{p}_j und die Energie $E_j = (M_j^2 + \vec{p}_j^2)^{1/2}$ besitzen möge. Der Exponent b_j richtet sich danach, ob der Spin s_j des j . Teilchens halb- oder ganzzahlig ist, das j . Teilchen also ein Fermion oder Boson ist:

$$b_j = \begin{cases} 0 & \text{falls } s_j = 0, 1, \dots \\ 1 & \text{falls } s_j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots \end{cases} \quad . \quad (2.16)$$

Für einen Zwei-Teilchen-Streuprozess $A + B \rightarrow C + D$ ergibt sich für den Zusammenhang zwischen Streuamplitude T und S -Matrix:

$$\begin{aligned} \langle C p_C, D p_D | S | A p_A, B p_B \rangle &= \langle C p_C, D p_D | A p_A, B p_B \rangle \\ &- \frac{i}{(2\pi)^2} \sqrt{\frac{(2M_A)^{b_A} (2M_B)^{b_B} (2M_C)^{b_C} (2M_D)^{b_D}}{16 E_A E_B E_C E_D}} \delta^{(4)}(p_C + p_D - p_A - p_B) \\ &\langle C p_C, D p_D | T | A p_A, B p_B \rangle. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Für den Fall, daß die Teilchen einen nichtverschwindenden Spin besitzen, hängen die Amplituden in Gl. 2.17 noch von den Spin-Quantenzahlen des Systems ab. Gleiches gilt für die Isospinabhängigkeit der Matrixelemente, die in den nachfolgenden Betrachtungen aber zunächst ausgeklammert und in Abschnitt 2.6 dann ausführlich diskutiert wird.

Die Behandlung von Teilchen mit Spin erfolgt üblicherweise in der Helizitätsbasis gemäß den Konventionen von Jacob und Wick [39] (s. auch Anhang A). Indem die

Helizitätsspinoren der spinbehafteten Teilchen von den Helizitätsamplituden abgespalten werden, erhält man die *Übergangsmatrix* \mathcal{M} . Sind alle vier Teilchen in dem s -Kanal-Streuprozess $A + B \rightarrow C + D$ Spin-1/2-Baryonen, definiert man beispielsweise:

$$\langle C\vec{p}_C\lambda_C, D\vec{p}_D\lambda_D | T | A\vec{p}_A\lambda_A, B\vec{p}_B\lambda_B \rangle = \bar{u}_C(\vec{p}_C, \lambda_C) \bar{u}_D(\vec{p}_D, \lambda_D) \mathcal{M}_{AB \rightarrow CD}(P, Q) u_A(\vec{p}_A, \lambda_A) u_B(\vec{p}_B, \lambda_B) \quad (2.18)$$

Die Übergangsmatrix $\mathcal{M}_{AB \rightarrow CD}(P, Q)$, die allein von den beiden in Gl. 2.10 eingeführten 4-Impulsen P und Q abhängt, ist offenbar eine 16×16 -Matrix im Spinorraum der vier Baryonen.

Die Übergangsmatrix \mathcal{M} kann nun als Linearkombination sogenannter *kinematischer Kovarianten* \mathcal{O}_i geschrieben werden. Diese sind wie \mathcal{M} Operatoren im Spinorraum und werden aus den Diracschen γ -Matrizen sowie den Impulsen P und Q so zusammengesetzt, daß ihre Anwendung auf die Teilchenspinoren Lorentz-invariante Größen liefert:

$$\mathcal{M}(P, Q) = \sum_i c_i(s, t) \mathcal{O}_i(P, Q) \quad (2.19)$$

Die Entwicklungskoeffizienten $c_i(s, t)$ sind Lorentz-Skalare und werden als *invariante Amplituden* bezeichnet.

Die Anzahl unabhängiger kinematischer Kovarianten für einen bestimmten Streuprozess wird durch die Dimension des Spinorraumes sowie Invarianzprinzipien (z.B. Paritätserhaltung) bestimmt und entspricht der Anzahl der unabhängigen Helizitätsamplituden (s. Anhang B). Im Falle der Streuung von Spin-1/2-Baryonen ($A + B \rightarrow C + D$) existieren im allgemeinen acht unabhängige kinematische Kovarianten:

$$\mathcal{M}_{AB \rightarrow CD}(P, Q) = \sum_{i=1}^8 c_i(s, t) \mathcal{O}_i(P, Q) \quad (2.20)$$

Für die elastische Streuung ($A + B \rightarrow A + B$) reduziert sich deren Anzahl aufgrund der Zeitumkehrinvarianz auf sechs und für die „superelastische“ Streuung identischer Teilchen ($A + A \rightarrow A + A$) wegen der Symmetrie der Amplituden unter Teilchenvertauschung weiter auf fünf.

Die Wahl der kinematischen Kovarianten ist im Prinzip nicht eindeutig. Allerdings ist es für das weitere Vorgehen von entscheidender Bedeutung, daß die kinematischen Kovarianten so gewählt werden, daß die invarianten Amplituden $c_i(s, t)$ keine sogenannten kinematischen Singularitäten, sondern nur „physikalische“ Singularitäten besitzen, die eine Konsequenz der Unitaritätsrelationen in den verschiedenen Kanälen sind (s. Abschnitt 2.3). Im Falle der Streuung von Spin-1/2-Baryonen ($A + B \rightarrow C + D$) wird diese Bedingung von dem Satz der acht kinematischen

Kovarianten aus Ref. [40] erfüllt, die auf den fünf sogenannten Fermi-Kovarianten S, P, V, A, T basieren:

$$\begin{aligned}
S &\equiv \mathcal{O}_S = \mathbb{I}_4 \otimes \mathbb{I}_4, & T &\equiv \mathcal{O}_T = \frac{1}{2} \sigma_{\mu\nu} \otimes \sigma^{\mu\nu}, \\
P &\equiv \mathcal{O}_P = \gamma_5 \otimes \gamma_5, & \mathcal{O}_6 &= \mathbb{I}_4 \otimes \gamma_\mu P^\mu - \gamma_\mu Q^\mu \otimes \mathbb{I}_4, \\
V &\equiv \mathcal{O}_V = \gamma_\mu \otimes \gamma^\mu, & \mathcal{O}_7 &= \gamma_5 \otimes \gamma_5 \gamma_\mu P^\mu, \\
A &\equiv \mathcal{O}_A = \gamma_5 \gamma_\mu \otimes \gamma_5 \gamma^\mu, & \mathcal{O}_8 &= \gamma_5 \gamma_\mu Q^\mu \otimes \gamma_5.
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Diese kinematischen Kovarianten sind von der Form $\mathcal{O}_i(P, Q) = \mathcal{O}_i^{(1)}(Q) \otimes \mathcal{O}_i^{(2)}(P)$, wobei die Matrixelemente wie folgt zu bilden sind:

$$\begin{aligned}
&\bar{u}_C(\vec{p}_C, \lambda_C) \bar{u}_D(\vec{p}_D, \lambda_D) \mathcal{O}_i(P, Q) u_A(\vec{p}_A, \lambda_A) u_B(\vec{p}_B, \lambda_B) = \\
&\left[\bar{u}_C(\vec{p}_C, \lambda_C) \mathcal{O}_i^{(1)}(Q) u_A(\vec{p}_A, \lambda_A) \right] \left[\bar{u}_D(\vec{p}_D, \lambda_D) \mathcal{O}_i^{(2)}(P) u_B(\vec{p}_B, \lambda_B) \right]. \tag{2.22}
\end{aligned}$$

Wie im vorigen Abschnitt demonstriert wurde, sind die physikalischen Wertebereiche der Mandelstam-Variablen für die einander zugeordneten Zwei-Teilchen-Streuprozesse im s -, t - und u -Kanal jeweils disjunkt. Die entsprechenden Übergangsmatrizen $\mathcal{M}_{AB \rightarrow CD}$, $\mathcal{M}_{A\bar{C} \rightarrow \bar{B}D}$ und $\mathcal{M}_{A\bar{D} \rightarrow \bar{C}B}$ können daher zu einem Operator \mathcal{M} zusammengefaßt werden. Die Streuamplitude des t -Kanal-Prozesses $A + \bar{C} \rightarrow \bar{B} + D$ kann damit ebenfalls als Matrixelement der Übergangsmatrix 2.20 geschrieben werden, wobei die Ordnung der Teilchenspinoren zu beachten ist:

$$\begin{aligned}
&\langle \bar{B} - \vec{p}_B \lambda_B, D \vec{p}_D \lambda_D | T | A \vec{p}_A \lambda_A, \bar{C} - \vec{p}_C \lambda_C \rangle = \\
&\sum_{i=1}^8 c_i(s, t) \left[\bar{v}_C(-\vec{p}_C, \lambda_C) \mathcal{O}_i^{(1)}(Q) u_A(\vec{p}_A, \lambda_A) \right] \left[\bar{u}_D(\vec{p}_D, \lambda_D) \mathcal{O}_i^{(2)}(P) v_B(-\vec{p}_B, \lambda_B) \right]. \tag{2.23}
\end{aligned}$$

Die von Mandelstam [41] aufgestellte Hypothese geht über diese rein technische Bemerkung allerdings weit hinaus. Sie besagt, daß die in \mathcal{M} enthaltenen invarianten Amplituden $c_i(s, t)$ in die gesamte komplexe st -Ebene analytisch fortgesetzt werden können mit Ausnahme der aus der Unitarität der S -Matrix resultierenden Singularitäten (s. Abschnitt 2.3). Die Mandelstam-Hypothese ist deshalb von so weitreichender Bedeutung, da nun das gesamte Instrumentarium der Funktionentheorie auf die invarianten Amplituden angewendet werden kann. So kann durch die Formulierung von Dispersionsintegralen aus der Kenntnis der Residuen und der Diskontinuitäten der $c_i(s, t)$ auf die Funktionswerte an beliebigen anderen Stellen in der st -Ebene geschlossen werden. Während die Analytizität der Response-Funktionen linearer Systeme direkt aus der Kausalität der zugrundeliegenden Theorie ableitbar ist [42], konnte für die starke Wechselwirkung ein vollständiger Beweis der Mandelstam-Hypothese innerhalb der QCD nicht geführt werden. Die im Laufe der zahlreichen dispersionstheoretischen Untersuchungen der starken Wechselwirkung erzielten guten Übereinstimmungen mit dem Experiment lassen die Annahme

der Mandelstam-Hypothese als Ausgangspunkt für die Berechnung des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs aber plausibel erscheinen.

2.3 Die Unitaritätsrelation im t-Kanal

Die Singularitätenstruktur der invarianten Amplituden und somit ihre analytischen Eigenschaften werden nach der Mandelstam-Hypothese allein durch die Unitaritätsbedingung der S -Matrix festgelegt:

$$\sum_n \langle f | S^\dagger | n \rangle \langle n | S | i \rangle = \sum_n \langle f | S | n \rangle \langle n | S^\dagger | i \rangle = \langle f | i \rangle \quad (2.24)$$

Die Summation in Gl. 2.24 erstreckt sich über alle *physikalischen* Zustände n , die dem System bei der jeweiligen Schwerpunktsenergie zugänglich sind. Die Unitarität der S -Matrix führt mit Gl. 2.14 und ihrem hermitesch konjugierten zu der folgenden Unitaritätsrelation für die Streuamplituden:

$$i [\langle f | T | i \rangle - \langle f | T^\dagger | i \rangle] = \sum_n \frac{(2\pi)^4}{N_n} \delta^{(4)}(P_i - P_n) \langle f | T^\dagger | n \rangle \langle n | T | i \rangle \quad (2.25)$$

mit den 4-Gesamtimpulsen P_n und $P_f = P_i$.

Die vom Austausch zweier (korrelierter) Pionen oder Kaonen in der Baryon-Baryon-Wechselwirkung $A + B \rightarrow C + D$ generierten Singularitäten lassen sich am leichtesten in der entsprechenden t -Kanal-Reaktion $A + \bar{C} \rightarrow D + \bar{B}$ auswerten. Dazu beschränkt man sich in der Unitaritätsrelation für die entsprechenden Helizitätsamplituden auf $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Zwischenzustände. Beiträge von anderen Zwischenzuständen wie dem Ein-Pion-Pol, schwereren Zwei-Teilchen-Kanälen sowie Mehrteilchen-Kanälen (z.B. der 3π - und 4π -Kanal) bleiben also unberücksichtigt. Im Schwerpunktsystem ($P_i = P_f = (\sqrt{t}, \vec{0})$) der Reaktion gilt für die Summation über die Zwischenzustände:

$$\begin{aligned} & \sum_n \frac{(2\pi)^4}{N_n} \delta^{(4)}(P_i - P_n) |n\rangle \langle n| = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{\mu\bar{\mu}=\pi\pi, K\bar{K}} N_{\mu\bar{\mu}} \int d^3k \delta(\sqrt{t} - 2\omega_\mu(k)) \frac{1}{[2\omega_\mu(k)]^2} |\mu\bar{\mu}, \vec{k}\rangle \langle \mu\bar{\mu}, \vec{k}| \\ &= \frac{1}{32\pi^2} \sum_{\mu\bar{\mu}=\pi\pi, K\bar{K}} N_{\mu\bar{\mu}} \sqrt{\frac{t - 4m_\mu^2}{t}} \theta(t - 4m_\mu^2) \int d^2\hat{k}_{\mu\bar{\mu}} |\mu\bar{\mu}, \vec{k}_{\mu\bar{\mu}}\rangle \langle \mu\bar{\mu}, \vec{k}_{\mu\bar{\mu}}| \quad (2.26) \end{aligned}$$

mit $\omega_\mu(k) = \sqrt{m_\mu^2 + k^2}$ und dem On-shell-Impuls $k_{\mu\bar{\mu}} = \sqrt{t/4 - m_\mu^2}$. Der Symmetriefaktor $N_{\mu\bar{\mu}}$ berücksichtigt, daß im Falle identischer Teilchen im Zwei-Teilchen-Zwischenzustand bei Verwendung korrekt symmetrisierter Streuamplituden nur über

den halben Phasenraum integriert werden darf:

$$N_{\mu\bar{\mu}} = \begin{cases} 1/2 & \text{für } \mu\bar{\mu} = \pi\pi \\ 1 & \text{für } \mu\bar{\mu} = K\bar{K} \end{cases} . \quad (2.27)$$

Damit lautet die Unitaritätsrelation für die Helizitätsamplituden im Schwerpunktsystem der Reaktion $A + \bar{C} \rightarrow D + \bar{B}$:

$$\begin{aligned} i\langle D\bar{B}, \vec{q}\lambda_D\lambda_B | T - T^\dagger | A\bar{C}, \vec{p}\lambda_A\lambda_C \rangle = \\ = \frac{1}{32\pi^2} \sum_{\mu\bar{\mu}=\pi\pi, K\bar{K}} N_{\mu\bar{\mu}} \sqrt{\frac{t - 4m_\mu^2}{t}} \theta(t - 4m_\mu^2) \\ \int d^2\hat{k}_{\mu\bar{\mu}} \langle D\bar{B}, \vec{q}\lambda_D\lambda_B | T^\dagger | \mu\bar{\mu}, \vec{k}_{\mu\bar{\mu}} \rangle \langle \mu\bar{\mu}, \vec{k}_{\mu\bar{\mu}} | T | A\bar{C}, \vec{p}\lambda_A\lambda_C \rangle . \end{aligned} \quad (2.28)$$

Die Unitaritätsbedingung 2.24 für die S -Matrix und damit die Gl. 2.28 für die Streuamplituden sind zunächst nur oberhalb der beiden Baryon-Antibaryon-Schwellen, also für $t \geq t_0 \equiv \max\{M_A + M_C, M_B + M_D\}$ definiert. Beide Relationen können aber in den sogenannten pseudophysikalischen Bereich ($4m_\pi^2 \leq t \leq t_0$) analytisch fortgesetzt werden [43]. Unterhalb der jeweiligen Schwelle sind die Impulse der Baryon-Antibaryon-Zustände nach den Gln. 2.8 allerdings imaginär. Die analytische Fortsetzung der Unitaritätsbedingung 2.24 (symbolisch: $[S(p)]^* S(p) = 1$) zu komplexen Impulsen liefert nach Ref. [43]:

$$[S(p^*)]^* S(p) = 1 \quad .$$

Da $S(p)$ eine meromorphe Funktion ist [43], kann sie lokal immer in einer Laurent-Reihe entwickelt werden. Daher gilt für imaginäre Argumente $p \in i\mathbb{R}$:

$$[S(p^*)]^* = [S(x \in \mathbb{R})]^* \Big|_{x=p} \quad .$$

Die Vorschrift für die analytische Fortsetzung der Unitaritätsrelation kann also auch folgendermaßen formuliert werden [20]: Die Relation $[S(p)]^* S(p) = 1$ ist zunächst wie im physikalischen Bereich mit reellen Impulsvariablen analytisch auszuwerten, und erst nachdem die komplexe Konjugation ausgeführt ist, sind die Impulsvariablen durch die imaginären Werte zu ersetzen.

Die kinematischen Kovarianten \mathcal{O}_i in Gl. 2.21 sind gerade so gewählt worden [40], daß die linke Seite der Gl. 2.28 die Imaginärteile der invarianten Amplituden liefert:

$$\begin{aligned} i\langle D\bar{B}, \vec{q}\lambda_D\lambda_B | T - T^\dagger | A\bar{C}, \vec{p}\lambda_A\lambda_C \rangle = \\ -2 \sum_i \text{Im}[c_i(s, t)] \bar{v}_C(-\vec{p}, \lambda_C) \bar{u}_D(\vec{q}, \lambda_D) \mathcal{O}_i(P, Q) u_A(\vec{p}, \lambda_A) v_B(-\vec{q}, \lambda_B) . \end{aligned} \quad (2.29)$$

Damit lautet die Unitaritätsrelation schließlich:

$$\begin{aligned}
& \sum_i \text{Im}[c_i(s, t)] \bar{v}_C(-\vec{p}, \lambda_C) \bar{u}_D(\vec{q}, \lambda_D) \mathcal{O}_i(P, Q) u_A(\vec{p}, \lambda_A) v_B(-\vec{q}, \lambda_B) = \\
& = -\frac{1}{64\pi^2} \sum_{\mu\bar{\mu}=\pi\pi, K\bar{K}} N_{\mu\bar{\mu}} \sqrt{\frac{t-4m_\mu^2}{t}} \theta(t-4m_\mu^2) \\
& \int d^2\hat{k}_{\mu\bar{\mu}} \langle \mu\bar{\mu}, \vec{k}_{\mu\bar{\mu}} | T | D\bar{B}, \vec{q} \lambda_D \lambda_B \rangle^* \langle \mu\bar{\mu}, \vec{k}_{\mu\bar{\mu}} | T | A\bar{C}, \vec{p} \lambda_A \lambda_C \rangle. \quad (2.30)
\end{aligned}$$

Die rechte Seite dieser Gleichung verschwindet offenbar unterhalb der $\pi\pi$ -Schwelle ($t < 4m_\pi^2$), so daß die analytischen Funktionen $c_i(s, t)$ zumindest auf einem Teilstück der reellen t -Achse (für festes reelles s) reell sind. Nach dem Schwarzschen Spiegelungsprinzip [44] sind die invarianten Amplituden daher reell-analytische Funktionen in der komplexen t -Ebene, es gilt also $c_i(s, t^*) = c_i(s, t)^*$. Entlang des sogenannten $\pi\pi$ -Cuts, der von seinem Verzweigungspunkt an der $\pi\pi$ -Schwelle ($t = 4m_\pi^2$) entlang der reellen t -Achse bis $t = +\infty$ verläuft, sind die invarianten Amplituden aufgrund der Unitaritätsrelation 2.30 allerdings unstetig:

$$2i \text{Im}[c_i(s, t + i\epsilon)] = c_i(s, t + i\epsilon) - c_i(s, t + i\epsilon)^* = c_i(s, t + i\epsilon) - c_i(s, t - i\epsilon) \neq 0 \quad (2.31)$$

Entsprechendes gilt natürlich auch für den $K\bar{K}$ -Cut mit seinem Verzweigungspunkt bei $t = 4m_K^2$. Es sind gerade diese Diskontinuitäten der invarianten Amplituden entlang des $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Cuts, die in die dispersionstheoretische Berechnung des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs eingehen.

2.4 Dispersionsrelationen für den $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch

Der relative Bahndrehimpuls eines zwischen zwei Baryonen ausgetauschten Pionen- oder Kaonenpaares kann beliebige Werte $J \geq 0$ annehmen. Bei den in niederenergetischen Baryon-Baryon-Streuprozessen relevanten kleinen Impulsüberträgen sind Korrelationen zwischen den Pionen (Kaonen) für Bahndrehimpulse $J \geq 2$ jedoch vernachlässigbar [24]; allein im σ - ($J^P = 0^+$) und ρ -Kanal ($J^P = 1^-$) treten merkliche Korrelationseffekte auf. Dies folgt im dispersionstheoretischen Zugang direkt aus dem Verhalten der $\pi\pi$ -Wechselwirkung, die für Schwerpunktsenergien unterhalb von einem GeV von den $J = 0, 1$ -Partialwellen dominiert wird [25].

Wie im nächsten Abschnitt ausgeführt ist, wird die dispersionstheoretische Berechnung in dieser Arbeit allein für den *korrelierten* Anteil des Zwei-Pion-Austausches durchgeführt, während der *unkorrelierte* Anteil bei der Konstruktion der Baryon-Baryon-Wechselwirkung explizit im s -Kanal mitberücksichtigt wird. Die nachfolgenden dispersionstheoretischen Untersuchungen können sich daher auf den

σ - und ρ -Kanal beschränken, da diese die wesentlichen Beiträge des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs enthalten. Hierzu werden die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden in der Unitaritätsrelation 2.30 in Partialwellen zerlegt (s. Anhang B). Wählt man das Koordinatensystem relativ zu \vec{p} und \vec{q} wie in Gl. B.6, so ergibt sich:

$$\int d^2 \hat{k}_{\mu\bar{\mu}} \langle \mu\bar{\mu}, \vec{k}_{\mu\bar{\mu}} | T | D\bar{B}, \vec{q} \lambda_D \lambda_B \rangle^* \langle \mu\bar{\mu}, \vec{k}_{\mu\bar{\mu}} | T | A\bar{C}, \vec{p} \lambda_A \lambda_C \rangle =$$

$$\sum_J \frac{2J+1}{4\pi} d_{\lambda_A-\lambda_C, \lambda_D-\lambda_B}^J(\cos \vartheta_t) \langle \mu\bar{\mu} | T^J(t) | D\bar{B}, \lambda_D \lambda_B \rangle^* \langle \mu\bar{\mu} | T^J(t) | A\bar{C}, \lambda_A \lambda_C \rangle, \quad (2.32)$$

wobei die rechte Seite einzig über die reduzierte Drehmatrix und $\vartheta_t(s, t) = \angle(\vec{p}, \vec{q})$ gemäß Gl. 2.9 von der Mandelstam-Variable s abhängt. Außerdem wurde auf die Angabe der Beträge der On-shell-Impulse $p = p(t)$ und $q = q(t)$ (s. Gl. 2.8) verzichtet.

Durch die Einschränkung der Summation in Gl. 2.32 auf $J = 0$ ($J = 1$) können nun die Beiträge der $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Zwischenzustände zur Diskontinuität der invarianten Amplituden $c_i^{(J)}(s, t) = c_i^{\sigma}(s, t)$ ($c_i^{\rho}(s, t)$) im σ - bzw. ρ -Kanal isoliert werden. Die Unitaritätsrelation 2.30 lautet dann:

$$\sum_i \text{Im} [c_i^{(J)}(s, t)] \bar{v}_C(-\vec{p}, \lambda_C) \bar{u}_D(\vec{q}, \lambda_D) \mathcal{O}_i(P, Q) u_A(\vec{p}, \lambda_A) v_B(-\vec{q}, \lambda_B) =$$

$$= \sum_{\mu\bar{\mu}=\pi\pi, K\bar{K}} d_{\lambda_A-\lambda_C, \lambda_D-\lambda_B}^J(\cos \vartheta_t) H_{\mu\bar{\mu}}^J(t)$$

$$\langle \mu\bar{\mu} | T^J(t) | D\bar{B}, \lambda_D \lambda_B \rangle^* \langle \mu\bar{\mu} | T^J(t) | A\bar{C}, \lambda_A \lambda_C \rangle, \quad (2.33)$$

wobei zur Abkürzung die folgende Größe eingeführt wurde:

$$H_{\mu\bar{\mu}}^J(t) \equiv -\frac{2J+1}{256\pi^3} N_{\mu\bar{\mu}} \sqrt{\frac{t-4m_\mu^2}{t}} \theta(t-4m_\mu^2). \quad (2.34)$$

Gl. 2.33 stellt ein lineares Gleichungssystem für die Diskontinuitäten $\text{Im} [c_i^{(J)}(s, t)]$ dar. Die Lösung dieses Gleichungssystems liefert die Diskontinuitäten als Linearkombinationen der folgenden Produkte der $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Helizitätsamplituden:

$$F_{\lambda_D \lambda_B, \lambda_A \lambda_C}^J \equiv \sum_{\mu\bar{\mu}=\pi\pi, K\bar{K}} H_{\mu\bar{\mu}}^J(t) \langle \mu\bar{\mu} | T^J(t) | D\bar{B}, \lambda_D \lambda_B \rangle^* \langle \mu\bar{\mu} | T^J(t) | A\bar{C}, \lambda_A \lambda_C \rangle. \quad (2.35)$$

Aufgrund der aus der Paritätsinvarianz der starken Wechselwirkung folgenden Symmetrieeigenschaften der $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Helizitätsamplituden (s. Gl. B.18) gilt:

$$F_{\lambda_D \lambda_B, \lambda_A \lambda_C}^J = F_{(-\lambda_D)(-\lambda_B), \lambda_A \lambda_C}^J = F_{\lambda_D \lambda_B, (-\lambda_A)(-\lambda_C)}^J = F_{(-\lambda_D)(-\lambda_B), (-\lambda_A)(-\lambda_C)}^J, \quad (2.36)$$

so daß für $J > 0$ nur vier linear unabhängige $F_{\lambda_D \lambda_B, \lambda_A \lambda_C}^J$ existieren. Für $J = 0$ existiert nur eine unabhängige $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Helizitätsamplitude (s. Anhang B) und daher auch nur ein linear unabhängiges $F_{\lambda_D \lambda_B, \lambda_A \lambda_C}^J$. Die Matrixelemente der kinematischen Kovarianten \mathcal{O}_i in Gl. 2.33 können mit der expliziten Darstellung der Helizitätsspinoren aus Anhang A problemlos im Bezugssystem aus Gl. B.6 ausgewertet werden.

Die analytische Struktur der $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Helizitätsamplituden ist im Falle ungleicher Baryonmassen $M_B \neq M_{B'}$ wesentlich komplexer als für gleiche Massen, so daß die analytische Fortsetzung der Amplituden in den pseudophysikalischen Bereich weitaus aufwendiger wäre (s. Kap. 3.3.2). Dieses Problem tritt in den hier angestellten Untersuchungen einzig im $\Lambda\bar{\Sigma}$ -Kanal auf. Dieser Kanal wird, wie in Kapitel 3.3.2 ausgeführt ist, in dieser Arbeit daher näherungsweise behandelt, indem die Λ - und die $\bar{\Sigma}$ -Masse einheitlich auf die mittlere Masse $(M_\Lambda + M_\Sigma)/2$ gesetzt werden. Die Lösung des Gleichungssystems 2.33 kann somit auf den Fall

$$M_A = M_C \equiv M \quad , \quad M_B = M_D \equiv M' \quad (2.37)$$

beschränkt werden.

Im σ -Kanal ($J = 0$) ergibt die Lösung der Gln. 2.33, daß bis auf die skalare Komponente $Im[c_S^\sigma(t)]$ alle Diskontinuitäten verschwinden:

$$\begin{aligned} Im[c_S^\sigma(t)] &= \frac{M'M}{qp} F_{++}^{J=0} \quad , \\ Im[c_P^\sigma(s, t)] &= Im[c_V^\sigma(s, t)] = Im[c_A^\sigma(s, t)] = Im[c_T^\sigma(s, t)] = Im[c_6^\sigma(s, t)] = 0 \quad . \end{aligned} \quad (2.38)$$

Im ρ -Kanal verschwindet allein die Axialvektor-Komponente ($Im[c_A^\rho(s, t)] = 0$) :

$$\begin{aligned} Im[c_S^\rho(s, t)] &= -\frac{1}{2}g(t)\sqrt{t}qp \cos \vartheta_t(s, t) \quad [\quad -2\sqrt{t}(M' + M)(2F_{++}^{J=1} + F_{+-}^{J=1}) \\ &\quad + \sqrt{2}(t + 4M'M)(F_{++}^{J=1} + F_{+-}^{J=1})] , \\ Im[c_P^\rho(s, t)] &= g(t)qp \cos \vartheta_t(s, t) \quad [\quad (M' + M)(t - 4M'M)F_{+-}^{J=1} \\ &\quad - 2\sqrt{2}\sqrt{t}(p^2 F_{++}^{J=1} + q^2 F_{+-}^{J=1})] \quad , \\ Im[c_V^\rho(t)] &= g(t)\sqrt{t} \quad [\quad -\sqrt{t}(M' + M)(t/4 - M'^2 - M^2 + M'M)F_{+-}^{J=1} \\ &\quad + 2\sqrt{2}M'M(p^2 F_{++}^{J=1} + q^2 F_{+-}^{J=1})] \quad , \\ Im[c_T^\rho(t)] &= \frac{1}{4}g(t)t \quad [\quad (M' + M)(t - 4M'M)F_{+-}^{J=1} \\ &\quad - 2\sqrt{2}\sqrt{t}(p^2 F_{++}^{J=1} + q^2 F_{+-}^{J=1})] \quad , \\ Im[c_6^\rho(t)] &= g(t)\sqrt{t} \quad [\quad (M'^2 - M^2)\sqrt{t}F_{+-}^{J=1} \\ &\quad - 2\sqrt{2}(p^2 M' F_{++}^{J=1} - q^2 M F_{+-}^{J=1})] \quad , \end{aligned} \quad (2.39)$$

wobei

$$g(t) \equiv \frac{M'M}{2q^2 p^2 (M' + M)t} \quad (2.40)$$

Zwischen der Diskontinuität der pseudoskalaren und der tensoriellen Komponente besteht offenbar der folgende Zusammenhang:

$$\text{Im}[c_P^\rho(s, t)] = \frac{4qp \cos \vartheta_t}{t} \text{Im}[c_T^\rho(t)] \stackrel{(2.9)}{=} \frac{u-s}{t} \text{Im}[c_T^\rho(t)] \quad (2.41)$$

Von den fünf nichtverschwindenden Diskontinuitäten sind also nur vier linear unabhängig entsprechend der Anzahl der linear unabhängigen $F_{\lambda_D \lambda_B, \lambda_A \lambda_C}^{J=1}$.

Die invarianten Amplituden $c_i^{(J)}(s, t)$ sind bis auf die Polterme und Unitaritäts-cuts reell-analytische Funktionen. Für sie können daher bei festgehaltenem s Dispersionsrelationen in der Variablen t formuliert werden. Da hier allein der (korrelierte) Zwei-Pion- und Zwei-Kaon-Austausch dispersionstheoretisch ausgewertet werden soll, werden nur die Singularitäten berücksichtigt, die gemäß den Gln. 2.38, 2.39 vom $\pi\pi$ - oder $K\bar{K}$ -Unitaritätscut („Right-hand-Cut“) generiert werden. Beiträge wie beispielsweise der Ein-Pion-Polterm oder der 3π -Right-hand-Cut bleiben also ebenso wie die sogenannten Left-hand-Cuts, die aus der u -Kanal-Unitaritätsrelation folgen und sich von einem reellen t_{\max} bis $-\infty$ erstrecken, in der Dispersionsrelation unberücksichtigt.

Sei nun $f(t)$ eine reell-analytische Funktion in der komplexen t -Ebene mit einem Cut, der sich entlang der reellen Achse von t_C bis $+\infty$ erstreckt. Gilt

$$\lim_{|t| \rightarrow \infty} |f(t)| = 0 \quad ,$$

so kann für $f(t)$ eine *unsubtrahierte Dispersionsrelation* formuliert werden [36]:

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_{t_C}^{\infty} \frac{\text{Im}[f(t')]}{t' - t} dt' \quad (2.42)$$

Betrachtet man statt $f(t)$ die Funktion $f(t)/(t-t_0)$ mit t_0 beliebig und berücksichtigt deren zusätzlichen Pol erster Ordnung bei $t = t_0$, so ergibt sich die sogenannte *subtrahierte Dispersionsrelation* für $f(t)$:

$$f(t) = f(t_0) + \frac{t-t_0}{\pi} \int_{t_C}^{\infty} \frac{\text{Im}[f(t')]}{(t'-t)(t'-t_0)} dt' \quad (2.43)$$

mit dem Subtraktionspunkt t_0 und der Subtraktionskonstante $f(t_0)$. Mathematisch sind beide Dispersionsrelationen völlig äquivalent. Allerdings erfordert die subtrahierte Dispersionsrelation die Kenntnis eines Funktionswertes $f(t_0)$; dafür liefert sie aber ein verbessertes Konvergenzverhalten des Integranden im Dispersionsintegral für $|t| \rightarrow \infty$.

Welche Dispersionsrelation ist nun für die invarianten Amplituden $c_i^{(J)}(s, t)$ zu verwenden? Aufgrund der für eine Lösung des physikalischen Problems erforderlichen Näherungen der mathematisch-exakten Ausdrücke liefern die beiden Dispersionsrelationen nämlich nicht die gleichen Ergebnisse. Beispielsweise kann das Dispersionsintegral unmöglich entlang des gesamten $\pi\pi$ -Cuts ausgewertet werden. Das in dieser Arbeit konstruierte, auf dem Hadronaustauschbild basierende mikroskopische Modell für die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden (s. Kap. 3) kann bei Energien $\sqrt{t'}$ weit oberhalb von $t'_{max} \approx 100m_\pi^2$ keine verlässlichen Ergebnisse mehr liefern. Das Dispersionsintegral wird daher in der praktischen Rechnung nur bis zu einer oberen Grenze t'_{max} ausgewertet.

Die Willkür bei der Wahl der Dispersionsrelationen für die invarianten Amplituden kann durch die Forderung eingeschränkt werden, daß die analytische Struktur der resultierenden $c_i^{(J)}(s, t)$ so weit wie möglich mit den Ausdrücken für den σ - und ρ -Austausch in der Baryon-Baryon-Wechselwirkung (s.u.) übereinstimmt. Unter dieser Vorgabe folgt, daß c_S^σ, c_V^σ und c_6^ρ einer unsubtrahierten Dispersionsrelation genügen:

$$c_i^{(J)}(s, t) = \frac{1}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{t'_{max}} \frac{\text{Im} [c_i^{(J)}(s, t')]}{t' - t} dt' \quad . \quad (2.44)$$

Für $c_T^\rho(s, t)$ wird eine subtrahierte Dispersionsrelation mit $t_0 = 0$ und $c_T^\rho(s, 0) = 0$ angenommen, da $c_T^\rho(s, t)$ dann wie die Tensorkomponente des ρ -Austauschs (s. Gl. 2.55) den Faktor t explizit enthält:

$$c_T^\rho(s, t) = \frac{t}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{t'_{max}} \frac{\text{Im} [c_T^\rho(s, t')] / t'}{t' - t} dt' \quad . \quad (2.45)$$

Um die $u - s$ -Abhängigkeit der (pseudo-)skalaren Komponente des ρ -Austauschs (s. Gl. 2.55) reproduzieren zu können, wird für $c_S^\rho(s, t)$ und $c_P^\rho(s, t)$ schließlich ebenfalls eine subtrahierte Dispersionsrelation mit $t_0(s) = \Sigma - 2s$ und $c_{S,P}^\rho(s, t_0(s)) = 0$ angenommen:

$$c_{S,P}^\rho(s, t) = \frac{u - s}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{t'_{max}} \frac{\text{Im} [c_{S,P}^\rho(s, t')] / (u' - s)}{t' - t} dt' \quad , \quad (2.46)$$

wobei nach Gl. 2.2 $s + t + u = s + t' + u' = \Sigma$ gilt.

2.5 Das Potential des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs

Sind die invarianten Amplituden des Zwei-Pion- und Zwei-Kaon-Austauschs mittels obiger Dispersionsrelationen im physikalischen Bereich des s -Kanals bestimmt, so können die entsprechenden Baryon-Baryon-Helizitätsamplituden nach den Gln. 2.18, 2.20 sofort ausgewertet werden:

$$\langle CD, \vec{q} \lambda_C \lambda_D | V_{2\pi}^{(J)} | AB, \vec{p} \lambda_A \lambda_B \rangle = \bar{u}_C(\vec{q}, \lambda_C) \bar{u}_D(-\vec{q}, \lambda_D) \mathcal{V}_{2\pi}^{(J)}(P, Q) u_A(\vec{p}, \lambda_A) u_B(-\vec{p}, \lambda_B)$$

mit

$$\mathcal{V}_{2\pi}^{(J)}(P, Q) \equiv \sum_i c_i^{(J)}(s, t) \mathcal{O}_i(P, Q) \quad ((J) = \sigma, \rho) \quad . \quad (2.47)$$

Die Helizitätsmatrixelemente können dann auf die übliche Weise in Partialwellen zerlegt werden (s. Anhang B).

Eine vollständige Lösung des Baryon-Baryon-Streuproblems erfordert nun die Unitarisierung des Wechselwirkungskerns V durch die Iteration in einer Streugleichung $T = V + VGT$ wie beispielsweise der Blankenbecler-Sugar-Gleichung (vgl. Kap. 3.2 für die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden). Für den Beitrag $V_{2\pi}$ des $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs zu V ergeben sich durch die Iteration aber folgende Probleme: Der Wechselwirkungskern V enthält in aller Regel Ein-Pion- und ein Ein-Kaon-Austauschbeiträge. Durch die Iteration dieser Terme in VGV ergeben sich unkorrelierte Zwei-Pion- und Zwei-Kaon-Austauschbeiträge, die bereits in $V_{2\pi}$ enthalten sind und somit zu einer Doppelzählung führen würden. Die technisch einfachste Lösung dieses Problems besteht in der Elimination der unkorrelierten Beiträge in $V_{2\pi}$. Hierzu werden die von den $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden $\langle \mu\bar{\mu} | V^J(t) | B\bar{B}', \lambda_B \lambda_{B'} \rangle$ generierten Diskontinuitäten $\text{Im}[c_{i, \text{Born}}^{(J)}(s, t)]$ wie im Falle der vollen Amplituden aus der Unitaritätsrelation 2.33 (mit $T^J \rightarrow V^J$) bestimmt und anschließend von den vollen Diskontinuitäten $\text{Im}[c_i^{(J)}(s, t)]$ subtrahiert¹. Die Dispersionsrelationen 2.44 lauten dann für die invarianten Amplituden $\tilde{c}_i^{(J)}(s, t)$ des *korrelierten* $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs:

$$\tilde{c}_i^{(J)}(s, t) = \frac{1}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{t'_{\text{max}}} \frac{\rho_i^{(J)}(s, t')}{t' - t} dt' \quad \text{mit} \quad (J) = \sigma, \rho \quad , \quad (2.48)$$

wobei die Spektralfunktionen $\rho_i^{(J)}$ gegeben sind durch:

$$\rho_i^{(J)}(s, t') \equiv \text{Im} [c_i^{(J)}(s, t')] - \text{Im} [c_{i, \text{Born}}^{(J)}(s, t')] \quad . \quad (2.49)$$

¹Die Beiträge der ρ -Polgraphen zu den $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden dürfen nicht subtrahiert werden, da die entsprechenden s -Kanal Prozesse weder in V enthalten sind noch durch die Iteration von V erzeugt werden.

Entsprechende Relationen gelten für die beiden subtrahierten Dispersionsrelationen 2.45 und 2.46.

Die Subtraktion der unkorrelierten Beiträge bietet außerdem den folgenden Vorteil: Erst indem die dispersionstheoretische Rechnung auf den korrelierten Beitrag des $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs begrenzt wird, läßt sich die Vernachlässigung der höheren t -Kanal-Partialwellen ($J > 1$) durch die verschwindenden Korrelationseffekte in diesen Partialwellen rechtfertigen. Der unkorrelierte Austausch hingegen wird bei der Konstruktion des Wechselwirkungskerns V direkt im s -Kanal ausgewertet und enthält daher automatisch alle t -Kanal-Partialwellen. Durch die direkte Auswertung im s -Kanal ist auch sichergestellt, daß der iterative Zwei-Pion- und Zwei-Kaon-Austausch, also der Anteil des $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs mit einem reinen Baryon-Baryon-Zwischenzustand, die richtige Energieabhängigkeit besitzt und die korrekten Imaginärteile liefert. In der dispersionstheoretischen Berechnung wäre dies wegen der dort erforderlichen Näherungen (z.B. der Vernachlässigung der Λ - Σ Massendifferenz im $\Lambda\bar{\Sigma}$ -Kanal) unmöglich.

Um den Beitrag $V_{2\pi,corr}$ des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs zum Wechselwirkungskern V in der Streugleichung iterieren zu können, muß bekannt sein, wie $V_{2\pi,corr}$ von den (Off-shell-)Impulsen der äußeren Baryonen abhängt, wenn diese sich nicht mehr auf der Massenschale befinden. Die Dispersionstheorie kann aber immer nur eine Aussage über die jeweiligen On-shell-Amplituden liefern. Daher erfordert die Iteration des dispersionstheoretisch berechneten $V_{2\pi,corr}$ in einer Streugleichung eine Vorschrift für die Extrapolation von $V_{2\pi,corr}$ in den Off-shell-Bereich [24]. Diese im Prinzip willkürliche Vorschrift muß Beiträge mit großen Off-shell-Impulsen genügend stark unterdrücken, um eine Konvergenz der Iterationsgleichung gewährleisten zu können. Die charakteristischen Eigenschaften des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs wie beispielsweise die Stärke von $V_{2\pi,corr}$ in den verschiedenen Baryon-Baryon-Kanälen werden in dieser Arbeit anhand der dispersionstheoretisch eindeutigen On-shell-Amplituden diskutiert. Daher soll dem Problem der Off-shell-Erweiterung von $V_{2\pi,corr}$ hier nicht weiter nachgegangen werden.

Statt dessen wird im folgenden die Parametrisierung des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs durch den σ - und ρ -Austausch diskutiert. In Übereinstimmung mit den bei der Herleitung der Spektralfunktionen gemachten Näherungen wird dabei angenommen, daß die Baryonmassen in den t -Kanal-Zuständen gleich sind ($M_A = M_C \equiv M$, $M_B = M_D \equiv M'$). Die Übergangsamplitude \mathcal{M}^σ für den Austausch eines skalaren σ -Mesons der Masse m_σ zwischen zwei $J^P = 1/2^+$ -Baryonen A, B kann unmittelbar aus der Lagrangedichte

$$\mathcal{L}_{AA\sigma}(x) = g_{AA\sigma} \bar{\psi}_A(x) \psi_A(x) \phi_\sigma(x) \quad (2.50)$$

und dem entsprechenden $\mathcal{L}_{BB\sigma}(x)$ abgeleitet werden (s. Anhang A für die Definition der hadronischen Feldoperatoren). Mit den üblichen Feynman-Regeln [38] ergibt

sich:

$$\mathcal{M}^\sigma(t) = g_{AA\sigma} g_{BB\sigma} \frac{F_\sigma^2(t)}{t - m_\sigma^2} \mathcal{O}_S, \quad (2.51)$$

wobei an jedem Vertex ein Formfaktor $F_\sigma(t)$ für das sich fernab der Massenschale ($t = m_\sigma^2$) befindliche σ -Meson ergänzt worden ist². Dieser Formfaktor wird in der üblichen Monopolform parametrisiert:

$$F_\sigma(t) = \frac{\Lambda_\sigma^2 - m_\sigma^2}{\Lambda_\sigma^2 - t}. \quad (2.52)$$

Die Cutoff-Masse Λ_σ sei hier für beide Vertizes einheitlich gewählt.

An dieser Stelle sei kurz eingefügt, daß die Spektralfunktion

$$\rho_S^\sigma(s, t') = -\pi g_{AA\sigma} g_{BB\sigma} \delta(t' - m_\sigma^2) \quad (2.53)$$

in der Dispersionsrelation 2.48 gerade den σ -Austausch 2.51 (bis auf den Formfaktor) liefert. Die Spektralfunktion kann also derart interpretiert werden, daß sie die Stärke eines Austauschprozesses in Abhängigkeit von der invarianten Masse des ausgetauschten Systems (hier: $\pi\pi$, $K\bar{K}$) angibt.

Den Ausgangspunkt für die Konstruktion des ρ -Austauschs in dem Übergang $A + B \rightarrow C + D$ (mit den obigen Massenverhältnissen) bilden die Lagrangedichten

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{AC\rho}(x) = & g_{AC\rho} \bar{\psi}_A(x) \gamma_\mu \psi_C(x) \phi_\rho^\mu(x) \\ & + \frac{f_{AC\rho}}{4M_N} \bar{\psi}_A(x) \sigma_{\mu\nu} \psi_C(x) (\partial^\mu \phi_\rho^\nu(x) - \partial^\nu \phi_\rho^\mu(x)) \\ & (+\text{h.c.}, \text{ falls } A \neq C) \end{aligned} \quad (2.54)$$

und entsprechend $\mathcal{L}_{BD\rho}(x)$. Um das Resultat für den ρ -Austausch in den kinematischen Kovarianten \mathcal{O}_i aus Gl. 2.21 ausdrücken zu können, sind in der Rechnung einige Zwischenschritte erforderlich, die in Anhang C skizziert sind. Das Ergebnis lautet dann:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^\rho(P, Q) = \frac{-F_\rho^2(t)}{t - m_\rho^2} \left\{ \right. & \frac{g_{AC\rho} f_{BD\rho} + f_{AC\rho} g_{BD\rho}}{4M_N M_{tot}} (u - s) \mathcal{O}_S \\ & \left[g_{AC\rho} g_{BD\rho} + g_{AC\rho} f_{BD\rho} \frac{M'^2}{M_N M_{tot}} + f_{AC\rho} g_{BD\rho} \frac{M^2}{M_N M_{tot}} \right] \mathcal{O}_V \\ & \left(g_{AC\rho} f_{BD\rho} \frac{M'}{M_N M_{tot}} - f_{AC\rho} g_{BD\rho} \frac{M}{M_N M_{tot}} \right) \mathcal{O}_6 \\ & \left. \frac{G_{AC\rho} f_{BD\rho} + f_{AC\rho} G_{BD\rho}}{4M_N M_{tot}} [(u - s) \mathcal{O}_P + t \mathcal{O}_T] \right\} \end{aligned} \quad (2.55)$$

²Zum Konzept der Formfaktoren an hadronischen Vertizes siehe Kapitel 3.3.1.

mit $M_{tot} = M + M'$,

$$G_{BB'\rho} \equiv g_{BB'\rho} + \frac{M_B + M_{B'}}{2M_N} f_{BB'\rho} \quad (2.56)$$

und dem Formfaktor $F_\rho(t)$, der wie in Gl. 2.52 in Monopolforn mit einer Cutoff-Masse Λ_ρ parametrisiert ist.

Ein Vergleich der Gln. 2.38, 2.39 mit den Gln. 2.51, 2.55 zeigt, daß σ - und ρ -Austausch offenbar die gleiche Operatorstruktur besitzen wie die im entsprechenden Kanal dispersionstheoretisch abgeleiteten Amplituden $V_{2\pi,corr}$ für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch: Im σ -Kanal existiert nur die skalare Komponente, während im ρ -Kanal allein die Axialvektor-Komponente verschwindet. Die dispersionstheoretischen Ergebnisse können daher durch den σ - bzw. ρ -Austausch parametrisiert werden. Hierzu werden die Produkte der Kopplungskonstanten im σ - bzw. ρ -Austausch durch effektive Kopplungsstärken $G^{(J)}(s, t)$ ersetzt, die aus den invarianten Amplituden $\tilde{c}_i^{(J)}(s, t)$ in Gl. 2.48 berechnet werden. Es sei betont, daß diese Parametrisierung von $V_{2\pi,corr}$ zunächst keinerlei Näherungen enthält, da die komplette Abhängigkeit des korrelierten Austauschs von den Mandelstam-Variablen s und t in den effektiven Kopplungsstärken $G^{(J)}(s, t)$ enthalten ist.

Im σ -Kanal erhält man für den Prozeß $A + B \rightarrow A + B$ sofort:

$$g_{AA\sigma} g_{BB\sigma} \rightarrow G_{AB \rightarrow AB}^\sigma(t) = \frac{(t - m_\sigma^2)}{F_\sigma^2(t)} \tilde{c}_S^\sigma(t) = \frac{(t - m_\sigma^2)}{\pi F_\sigma^2(t)} \int_{4m_\pi^2}^{t'_{max}} \frac{\rho_S^\sigma(t')}{t' - t} dt' \quad (2.57)$$

Im ρ -Kanal liefert der Vergleich der Koeffizienten der kinematischen Kovarianten O_i in den Gln. 2.47 und 2.55:

$$\begin{aligned} g_{AC\rho} g_{BD\rho} &\rightarrow {}^{VV}G_{AB \rightarrow CD}^\rho(t) = \frac{(t - m_\rho^2)}{F_\rho^2(t)} \left[4MM' \frac{\tilde{c}_S^\rho(s, t)}{u - s} - \tilde{c}_V^\rho(t) + (M' - M) \tilde{c}_6^\rho(t) \right], \\ g_{AC\rho} f_{BD\rho} &\rightarrow {}^{VT}G_{AB \rightarrow CD}^\rho(t) = -\frac{(t - m_\rho^2)}{F_\rho^2(t)} M_N \left[4M \frac{\tilde{c}_S^\rho(s, t)}{u - s} + \tilde{c}_6^\rho(t) \right], \\ f_{AC\rho} g_{BD\rho} &\rightarrow {}^{TV}G_{AB \rightarrow CD}^\rho(t) = -\frac{(t - m_\rho^2)}{F_\rho^2(t)} M_N \left[4M' \frac{\tilde{c}_S^\rho(s, t)}{u - s} - \tilde{c}_6^\rho(t) \right], \\ f_{AC\rho} f_{BD\rho} &\rightarrow {}^{TT}G_{AB \rightarrow CD}^\rho(t) = \frac{(t - m_\rho^2)}{F_\rho^2(t)} 4M_N^2 \frac{\tilde{c}_S^\rho(s, t) - \tilde{c}_P^\rho(s, t)}{u - s} \quad (2.58) \end{aligned}$$

Die effektiven Kopplungsstärken hängen offenbar nur von t , nicht dagegen von s ab. Dies ist erst durch die Wahl der subtrahierten Dispersionsrelation 2.46 für die invarianten Amplituden $\tilde{c}_{S,P}^\rho(s, t)$ ermöglicht worden, da der Integrand des Dispersionsintegrals dann unabhängig von s ist ($\text{Im}[c_{S,P}^\rho(s, t')] \propto \cos \vartheta_t(s, t') \propto u' - s$) und die s -Abhängigkeit von $\tilde{c}_{S,P}^\rho(s, t)$ allein in dem Vorfaktor $(u - s)$ enthalten ist. Dieser Faktor hebt sich bei der Berechnung der effektiven Kopplungsstärken dann exakt heraus.

2.6 Isospin-Crossing

In den bisher angestellten Betrachtungen wurden die Isospin-Freiheitsgrade der Teilchen zugunsten einer übersichtlicheren Darstellung der dispersionstheoretischen Rechnung völlig ausgeklammert. Durch die nun folgende Berücksichtigung der Isospinabhängigkeit der Amplituden werden die dispersionstheoretischen Ergebnisse bis auf zusätzliche konstante Faktoren in den verschiedenen Isospinkanälen nicht modifiziert.

Die Bose-Symmetrie der $\pi\pi$ -Zwischenzustände liefert für die Baryon-Antibaryon-Amplituden im t -Kanal die Auswahlregel $(-1)^{J+I_t} = +1$ mit dem Gesamtdrehimpuls J und dem Gesamtisospin I_t (s. Anhang B). Beschränkt man sich auf die Partialwellen mit $J = 0, 1$, so können nur die $\pi\pi$ -Zwischenzustände mit $J = I_t = 0$ (σ -Kanal), $J = 0, I_t = 2$ und $J = I_t = 1$ (ρ -Kanal) auftreten. Die $\pi\pi$ -Korrelationen im $(J = 0, I_t = 2)$ -Kanal erreichen erst oberhalb von einem GeV (in der Nähe der f_2 -Resonanz) merkliche Größe. Dieser Kanal wird daher ebenso wie die beiden Kanäle mit $J = 0, I_t = 1$ und $J = 1, I_t = 0$, die nur $K\bar{K}$ -Zwischenzustände enthalten und daher erst oberhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle zu den Spektralfunktionen beitragen, bei der Berechnung des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs in dieser Arbeit vernachlässigt.

Das Konzept des „Crossing“, das direkt aus der Mandelstam-Hypothese in Abschnitt 2.2 folgt, besagt, daß die Spin-Impuls-Anteile der Streuamplituden in den drei getrennten kinematischen Regionen eines Prozesses (s -, t -, u -Kanal) durch ein und denselben Satz analytischer Funktionen $c_i(s, t)$ beschrieben werden. Werden die Isospin-Freiheitsgrade in diese Überlegungen miteinbezogen, so ist zu beachten, daß der Gesamtisospin in den verschiedenen Kanälen aus unterschiedlichen Kombinationen der Teilchenisospins gebildet wird. Für die s -Kanal Reaktion

$$A + B \rightarrow C + D$$

ergibt sich der Gesamtisospin I_s aus $[I_A \otimes I_B]_{I_s}$ bzw. $[I_C \otimes I_D]_{I_s}$, während der Gesamtisospin I_t der entsprechenden t -Kanal Reaktion³

$$\bar{D} + B \rightarrow C + \bar{A}$$

aus $[I_C \otimes I_{\bar{A}}]_{I_t}$ bzw. $[I_{\bar{D}} \otimes I_B]_{I_t}$ folgt. Abgesehen von der analytischen Fortsetzung in s und t lassen sich die s - und t -Kanal-Isospinamplituden $T_s^{AB \rightarrow CD}(I_s)$ und $T_t^{\bar{D}B \rightarrow C\bar{A}}(I_t)$ daher im wesentlichen durch eine Umkopplung der Teilchenisospins

³Die t -Kanal Reaktion ist hier in Anlehnung an die Darstellung in Ref. [36] gewählt worden und weicht daher von den in Abschnitt 2.1 getroffenen Konventionen ab. Die Angabe der Endergebnisse für die Isospin-Crossing-Matrizen in Tab. 2.1 erfolgt dann aber wieder in Übereinstimmung mit den Konventionen aus Abschnitt 2.1.

ineinander überführen. Der lineare Zusammenhang zwischen den Isospinamplituden, die aufgrund der Isospinsymmetrie der Wechselwirkung von den Isospinprojektionen m_s und m_t unabhängig sind, wird durch die sogenannte Isospin-Crossing-Matrix [36, 45] $\tilde{X}_{AB,CD}(I_s, I_t)$ hergestellt:

$$T_s^{AB \rightarrow CD}(I_s) = \sum_{I_t} \tilde{X}_{AB,CD}(I_s, I_t) T_t^{\overline{D}B \rightarrow C\overline{A}}(I_t) \quad . \quad (2.59)$$

Die Isospin-Crossing-Matrix kann folgendermaßen durch die Clebsch-Gordan-Koeffizienten ausgedrückt werden [36]:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{AB,CD}(I_s, I_t) = & \eta_A \eta_D \sum_{\substack{m_A, m_B, \\ m_C, m_D, m_t}} (-1)^{I_A + I_D + m_A + m_D} \langle I_A I_B m_A m_B | I_s m_s \rangle \langle I_C I_D m_C m_D | I_s m_s \rangle \\ & \langle I_C I_A m_C (-m_A) | I_t m_t \rangle \langle I_D I_B (-m_D) m_B | I_t m_t \rangle \end{aligned} \quad (2.60)$$

für ein beliebiges m_s mit $|m_s| \leq I_s$. Für ein Teilchen A mit Isospin I und Isospinprojektion m stimmt der Teilchenzustand $|A\rangle$ mit dem Zustand $|Im\rangle_A$ der Isospindarstellung im allgemeinen nur bis auf eine Phase überein (s. Anhang G). Der Isospinzustand des Antiteilchens \overline{A} ergibt sich durch Anwendung der G -Paritätstransformation \mathcal{G} auf $|Im\rangle_A$ [36]:

$$|Im\rangle_{\overline{A}} = \eta_A \mathcal{G} |Im\rangle_A \quad . \quad (2.61)$$

Mit der in Kapitel 3 im Rahmen der $SU(3)$ -Behandlung der $B\overline{B}' \rightarrow \mu\overline{\mu}$ Amplituden eingeführten Phasenkonvention für die $SU(3)$ -Feldoperatoren ergibt sich [45] für die von m unabhängige Phase η_A in Gl. 2.61:

$$\eta_A = (-1)^{I-Y/2} \quad , \quad (2.62)$$

wobei I der Isospin und Y die Hyperladung des Teilchens A ist. Man beachte, daß diese Phasenkonvention von der in Ref. [36] gewählten abweicht.

Entsprechend den in Abschnitt 2.1 eingeführten Konventionen sollen die in dieser Arbeit verwendeten Isospin-Crossing-Matrizen $X_{AB,CD}(I_s, I_t)$ den Zusammenhang zwischen den Isospinamplituden der s -Kanal-Reaktion

$$A + B \rightarrow C + D$$

und der t -Kanal-Reaktion

$$A + \overline{C} \rightarrow D + \overline{B}$$

herstellen. Die $X_{AB,CD}(I_s, I_t)$ können durch die Isospin-Crossing-Matrizen 2.60 ausgedrückt werden. Die dabei auftretenden Phasenfaktoren folgen aus den Symmetrieeigenschaften der Clebsch-Gordan-Koeffizienten:

$$\begin{aligned} T_s^{AB \rightarrow CD}(I_s) &= (-1)^{I_A + I_B + I_C + I_D - 2I_s} T_s^{BA \rightarrow DC}(I_s) \\ &= (-1)^{I_A + I_B + I_C + I_D - 2I_s} \sum_{I_t} \tilde{X}_{BA,DC}(I_s, I_t) T_t^{\bar{C}A \rightarrow D\bar{B}}(I_t) \\ &= \sum_{I_t} (-1)^{I_B + I_D + I_t - 2I_s} \tilde{X}_{BA,DC}(I_s, I_t) T_t^{A\bar{C} \rightarrow D\bar{B}}(I_t) \end{aligned}$$

und damit

$$X_{AB,CD}(I_s, I_t) = (-1)^{I_B + I_D + I_t - 2I_s} \tilde{X}_{BA,DC}(I_s, I_t) \quad . \quad (2.63)$$

Für die verschiedenen in dieser Arbeit betrachteten Baryon-Baryon-Prozesse sind die resultierenden Isospin-Crossing-Matrizen in Tab. 2.1 zusammengefaßt.

Die Isospinstruktur der Baryon-Antibaryon-Amplituden im t -Kanal folgt gemäß der in Abschnitt 2.3 abgeleiteten Unitaritätsrelation aus dem Produkt der $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Isospinamplituden, die im nächsten Kapitel ausführlich diskutiert werden. Für den Übergang vom t - zum s -Kanal sind dann die Isospin-Crossing-Matrizen auf die Isospinamplituden anzuwenden. Da die Amplituden des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs in der vorliegenden Behandlung in die Beiträge im σ - ($I_t = 0$) und ρ -Kanal ($I_t = 1$) aufgespalten sind, kann bei Unterdrückung der Spin-Impuls-Abhängigkeiten geschrieben werden:

$$T_s(I_s) = X(I_s, 0)T_t^\sigma + X(I_s, 1)T_t^\rho \quad . \quad (2.64)$$

Üblicherweise wird aus den Matrixelementen $X(I_s, 0)$ ($X(I_s, 1)$) ein konstanter Faktor F_σ (F_ρ) in die Amplituden T_t^σ (T_t^ρ) bzw. die entsprechenden Spektralfunktionen gezogen, so daß die verbleibenden Ausdrücke $X(I_s, 0)/F_\sigma$ ($X(I_s, 1)/F_\rho$) mit den Isospinfaktoren des σ - und ρ -Austauschs im s -Kanal übereinstimmen. Daß dies immer möglich ist, kann unmittelbar eingesehen werden. Durch die Anwendung der Isospin-Crossing-Matrix auf die Isospinamplituden des σ - und ρ -Polgraphen im t -Kanal erhält man die Isospinamplituden des σ - bzw. ρ -Austauschs im s -Kanal. Die Isospinamplituden eines Polgraphen verschwinden aber nur dann nicht, wenn der Isospin I_t gleich dem Isospin I_0 des Polteilchens ist. Die zu I_0 gehörende Spalte der Isospin-Crossing-Matrix enthält daher bis auf einen konstanten Faktor die Isospinfaktoren der entsprechenden Austauschprozesse im s -Kanal. Die Faktoren F_σ und F_ρ sind ebenfalls in Tab. 2.1 aufgeführt. In den Ergebnissen für die Spektralfunktionen des korrelierten Austauschs in Kap. 4 sind diese Faktoren dann bereits enthalten.

A	B	C	D	I_s	I_t	$X(I_s, I_t)$	F_σ	F_ρ
N	N	N	N	0,1	0,1	$\begin{pmatrix} 1/2 & -3/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$	1/2	1/2
N	Λ	N	Λ	1/2	0	$-1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	—
N	Σ	N	Σ	1/2, 3/2	0,1	$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{6} & -1 \\ 1/\sqrt{6} & 1/2 \end{pmatrix}$	$1/\sqrt{6}$	1/2
N	Σ	N	Λ	1/2	1	$-\sqrt{3/2}$	—	$-1/\sqrt{2}$
Λ	Λ	Λ	Λ	0	0	1	1	—
Σ	Σ	Σ	Σ	0,1,2	0,1,2	$\begin{pmatrix} 1/3 & -1 & 5/3 \\ 1/3 & -1/2 & -5/6 \\ 1/3 & +1/2 & 1/6 \end{pmatrix}$	1/3	1/2
N	Ξ	N	Ξ	0,1	0,1	$\begin{pmatrix} -1/2 & 3/2 \\ -1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$	-1/2	-1/2

Tabelle 2.1: Isospin-Crossing-Matrizen $X(I_s, I_t)$ für die verschiedenen in dieser Arbeit betrachteten Baryon-Baryon-Wechselwirkungen $A + B \rightarrow C + D$. Die entsprechende t -Kanal-Reaktion lautet $A + \bar{C} \rightarrow D + \bar{B}$. Das Matrixelement von $X(I_s, I_t)$ mit den kleinsten I_s - und I_t -Werten steht in der linken oberen Ecke der Matrix. In der Matrix wächst I_s von oben nach unten und I_t von links nach rechts. Die beiden letzten Spalten geben die Faktoren F_σ und F_ρ an, die aus den Isospin-Crossing-Matrizen in die Spektralfunktionen gezogen werden, um für den korrelierten Austausch im s -Kanal die gleiche Isospinstruktur wie für den σ - und ρ -Austausch zu erhalten.

Kapitel 3

Ein mikroskopisches Modell für die $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Übergangsamplituden

Die im vorhergehenden Kapitel ausgeführte dispersionstheoretische Berechnung des korrelierten $\pi\pi$ - bzw. $K\bar{K}$ -Austauschs in der Baryon-Baryon-Wechselwirkung nutzt die Unitaritätsrelation im t -Kanal und erfordert daher die Kenntnis der Amplituden für den Übergang des Baryon-Antibaryon-Systems ($B\bar{B}'$) in zwei Pionen ($\pi\pi$) oder in ein Kaon und ein Antikaon ($K\bar{K}$).

Obwohl diese Amplituden im sogenannten pseudophysikalischen Bereich, d.h. für Energien E unterhalb der $B\bar{B}'$ -Schwelle ($E < M_B + M_{B'}$) benötigt werden, könnten sie prinzipiell auch aus empirischen Daten wiederum unter Anwendung dispersionstheoretischer Methoden gewonnen werden. Tatsächlich wurden im Falle der $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden entsprechende Analysen durchgeführt [30, 46, 47, 48]. In diesen Arbeiten werden die aus πN -Streuexperimenten (also dem s -Kanal-Prozeß) extrahierten Streuamplituden unter Annahme der Mandelstam-Hypothese (s. Kapitel 2.2) in den pseudophysikalischen Bereich analytisch fortgesetzt. Hierzu wird außerdem angenommen, daß die Phase der (komplexen) $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden im betrachteten Energiebereich unterhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle allein durch die $\pi\pi$ -Korrelationen festgelegt wird¹, die wiederum aus $\pi\pi$ -Streuexperimenten bestimmt werden können.

Entsprechende Analysen für die $Y\bar{Y}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Amplituden sind hingegen sowohl derzeit als auch auf weite Sicht nicht durchführbar, da die erforderlichen empirischen Informationen (z.B. zur $\pi\Lambda$ -Streuung) zumindest nicht in der benötigten Fülle und Genauigkeit existieren. Aus diesem Grund ist für die Auswertung des korrelierten $\pi\pi$ -Austauschs in der YN - bzw. YY -Wechselwirkung die Konstruk-

¹Dies gilt exakt nur unterhalb der 4π -Schwelle ($t = 16m_\pi^2$). Die sehr kleinen empirischen Inelastizitäten des $\pi\pi$ -Systems bis zur $K\bar{K}$ -Schwelle ($t = 50.48m_\pi^2$) rechtfertigen aber diese Annahme.

tion eines mikroskopischen Modells der $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Amplituden unumgänglich. Dieses Vorgehen besitzt außerdem den Vorteil, daß Modifikationen des korrelierten $\pi\pi$ -Austauschs im Kernmedium im Rahmen eines mikroskopischen Modells wohldefiniert untersucht werden können [49].

Das im folgenden vorgestellte Modell basiert auf den beiden von H.C. Kim [24] sowie B.C. Pearce [28] in Jülich entwickelten Mesonaustauschmodellen für die $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Übergangsamplituden. Der Ansatzpunkt beider Modelle ist im Prinzip identisch, jedoch unterscheiden sie sich in einigen Details. Während das erste Modell im Rahmen der zeitgeordneten Störungstheorie (TOPT) entwickelt wurde, erfolgt die Unitarisierung der Übergangsamplituden im Falle des zweiten Modells mittels der Blankenbecler-Sugar-Reduktion [50] der Bethe-Salpeter-Gleichung [51]. Des weiteren beschränkt sich das Modell von Kim auf die Ankopplung des $\pi\pi$ -Kanals an das $N\bar{N}$ -System, wohingegen Pearce zusätzlich den $K\bar{K}$ -Kanal vollständig berücksichtigt. Zwar ist der Effekt des $K\bar{K}$ -Kanals im $N\bar{N}$ -System noch relativ klein, doch kann dies aufgrund der unterschiedlichen Massen- und Isospinverhältnisse nicht ohne weiteres auf die Hyperon-Antihyperon-Kanäle übertragen werden. Daher wird in dieser Arbeit das vollständigere Modell von Pearce als Ausgangspunkt für die Erweiterung des Formalismus auf den $Y\bar{Y}$ -Sektor verwendet.

Im ersten Teil dieses Kapitels wird das Modell zur Berechnung der $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Amplituden kurz skizziert und im zweiten Teil die Blankenbecler-Sugar-Reduktion der Bethe-Salpeter-Gleichung für den hier relevanten Fall abgeleitet. Im dritten Abschnitt erfolgt die Berechnung der $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Bornamplituden, aufgeteilt nach Spin-Impuls-Anteil und Isospin- bzw. $SU(3)$ -Anteil. Im vierten Teil schließlich wird das in dieser Arbeit verwendete Modell der $\pi\pi$ - $K\bar{K}$ Wechselwirkung vorgestellt.

3.1 Skizze des Modells

Die Berechnung der Amplituden für den t -Kanal-Prozeß $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ läßt sich am leichtesten im Schema der gekoppelten Kanäle formulieren. Unterdrückt man bis auf die Teilchenkanäle alle anderen Abhängigkeiten wie Impulse, Helizitäten oder Isospins, so lautet die Streugleichung für die gekoppelten Kanäle $\pi\pi, K\bar{K}$ und $B\bar{B}'$ in Matrixform:

$$\mathbf{T} = \mathbf{V} + \mathbf{T}\mathbf{G}\mathbf{V} \quad , \quad (3.1)$$

mit

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} V_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi} & V_{K\bar{K} \rightarrow \pi\pi} & V_{B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi} \\ V_{\pi\pi \rightarrow K\bar{K}} & V_{K\bar{K} \rightarrow K\bar{K}} & V_{B\bar{B}' \rightarrow K\bar{K}} \\ V_{\pi\pi \rightarrow B\bar{B}'} & V_{K\bar{K} \rightarrow B\bar{B}'} & V_{B\bar{B}' \rightarrow B\bar{B}'} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} G_{\pi\pi} & 0 & 0 \\ 0 & G_{K\bar{K}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{B\bar{B}'} \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

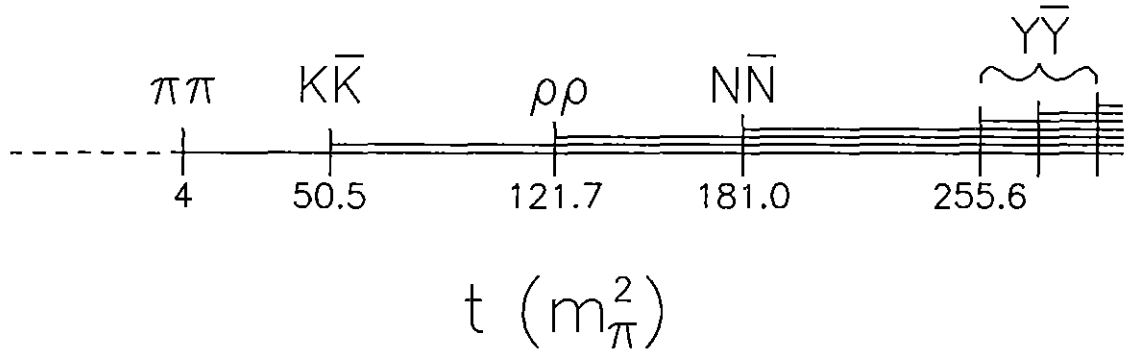


Abbildung 3.1: Lage der verschiedenen Schwellen sowie der zugehörigen Unitaritäts-cuts für den t -Kanal-Prozeß $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$.

Die Streuamplitude T besitzt die gleiche Matrixstruktur wie das Potential V . Die Diagonalmatrix G enthält die Greensfunktionen der drei Kanäle.

In den Dispersionsintegralen 2.44–2.46 werden die Beiträge der Spektralfunktionen durch den Energienenner bei großen t' -Werten unterdrückt, da im physikalischen Bereich des s -Kanals $t' \leq 0$ ist. Daher liefern die $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Amplituden bei kleinen Werten des Quadrats der Schwerpunktsenergie $t' > 4m_\pi^2$ den Hauptbeitrag zum korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch. In diesem kinematischen Bereich können die Beiträge der Baryon-Antibaryon-Greensfunktion $G_{B\bar{B}'}$ aber vernachlässigt werden. Wie aus Abb. 3.1 ersichtlich ist, beginnen die Unitaritätscuts der verschiedenen Baryon-Antibaryon-Kanäle nämlich erst weit oberhalb der Verzweigungspunkte der entsprechenden $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Cuts. Aus dem gleichen Grund kann auf die Ankopplung weiterer mesonischer Kanäle wie z.B. des $\rho\rho$ -Kanals verzichtet werden. Gleichzeitig wird durch diese Näherung aber auch eine gewisse obere Gültigkeitsgrenze in t' für das mikroskopische Modell der $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ ($\mu\bar{\mu} = \pi\pi, K\bar{K}$) Amplituden festgelegt. Statt das Dispersionsintegral über den gesamten $\pi\pi$ -Unitaritätscut laufen zu lassen, führt man daher eine obere Grenze t'_{max} ein, die im Bereich der $\rho\rho$ -Schwelle bei ungefähr $t' = 120m_\pi^2$ liegt.

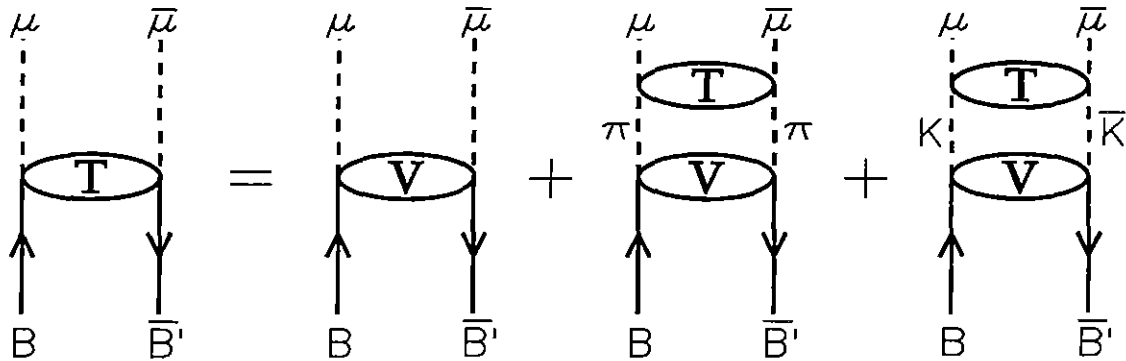


Abbildung 3.2: Modell für die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden ($\mu\bar{\mu} = \pi\pi, K\bar{K}$).

Teilchen	Masse (MeV)	B	S	J^P	I
π	139.57	0	0	0^-	1
K	495.82	0	+1	0^-	$\frac{1}{2}$
ρ	770.	0	0	1^-	1
	$(m_\rho^{(0)} : 1151.26)$				
N	938.919	1	0	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$
Λ	1115.68	1	-1	$\frac{1}{2}^+$	0
Σ	1193.1	1	-1	$\frac{1}{2}^+$	1
Ξ	1318.1	1	-2	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$
Δ	1232.	1	0	$\frac{3}{2}^+$	$\frac{3}{2}$
$Y^* \equiv \Sigma(1385)$	1385.	1	-1	$\frac{3}{2}^+$	1
Ξ^*	1533.4	1	-2	$\frac{3}{2}^+$	$\frac{1}{2}$
Ω^-	1672.5	1	-3	$\frac{3}{2}^+$	0

Tabelle 3.1: Im Modell der $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden berücksichtigte Teilchen mit ihren Massen und den wichtigsten Quantenzahlen (B : Baryonenzahl, S : Strangeness, J : Spin, P : Parität, I : Isospin).

Bei Vernachlässigung von $G_{B\bar{B}'}$ ergibt sich für die beiden Komponenten der Matrixgleichung 3.1, die die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden liefern:

$$\begin{pmatrix} T_{B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi} \\ T_{B\bar{B}' \rightarrow K\bar{K}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi} \\ V_{B\bar{B}' \rightarrow K\bar{K}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi} & T_{K\bar{K} \rightarrow \pi\pi} \\ T_{\pi\pi \rightarrow K\bar{K}} & T_{K\bar{K} \rightarrow K\bar{K}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{\pi\pi} V_{B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi} \\ G_{K\bar{K}} V_{B\bar{B}' \rightarrow K\bar{K}} \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

In Abb. 3.2 ist diese Streugleichung, die den Ausgangspunkt für die Berechnung der $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Amplituden bildet, symbolisch dargestellt. Die $\pi\pi - K\bar{K}$ Streuamplituden, die die Korrelation der $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Zustände in dem Übergang $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ generieren, ergeben sich als Teilmatrix ebenfalls aus Gl. 3.1 mit $G_{B\bar{B}'} = 0$:

$$\begin{pmatrix} T_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi} & T_{K\bar{K} \rightarrow \pi\pi} \\ T_{\pi\pi \rightarrow K\bar{K}} & T_{K\bar{K} \rightarrow K\bar{K}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi} & V_{K\bar{K} \rightarrow \pi\pi} \\ V_{\pi\pi \rightarrow K\bar{K}} & V_{K\bar{K} \rightarrow K\bar{K}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi} & T_{K\bar{K} \rightarrow \pi\pi} \\ T_{\pi\pi \rightarrow K\bar{K}} & T_{K\bar{K} \rightarrow K\bar{K}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_{\pi\pi} & 0 \\ 0 & G_{K\bar{K}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi} & V_{K\bar{K} \rightarrow \pi\pi} \\ V_{\pi\pi \rightarrow K\bar{K}} & V_{K\bar{K} \rightarrow K\bar{K}} \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Durch die Darstellung mittels gekoppelter Kanäle wird in ganz natürlicher Weise die Gleichbehandlung der verschiedenen Übergangsamplituden nahegelegt. Für eine

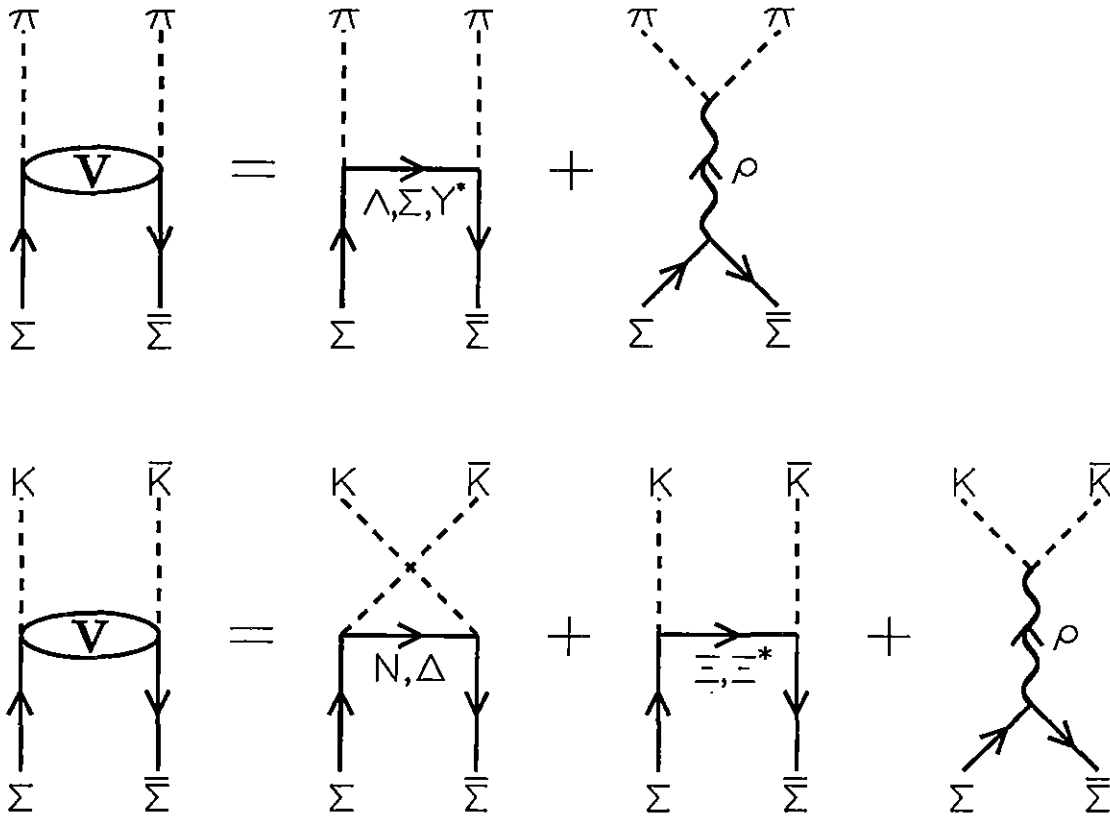


Abbildung 3.3: Beiträge zur Bornamplitude $\Sigma\bar{\Sigma} \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$.

sinnvolle Erweiterung des Modells der empirisch bekannten $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden auf den $K\bar{K}$ - bzw. auf die anderen Baryon-Antibaryon-Kanäle ist die konsistente Behandlung der Modellkomponenten gar unverzichtbar. Das in Ref. [28] sowie in dieser Arbeit entwickelte Modell für die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Übergangsamplituden ist daher weitestgehend kompatibel mit dem von der Jülich-Gruppe [25, 29] konstruierten $\pi\pi - K\bar{K}$ Wechselwirkungsmodell. Beide mikroskopischen Modelle basieren auf dem Hadronaustauschbild der starken Wechselwirkung. Die Ausdrücke für die verschiedenen Hadronaustauschprozesse werden feldtheoretisch aus Ansätzen für die hadronischen Lagrangedichten abgeleitet. Die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden bestehen aus den ρ -Polgraphen sowie allen mit der Isospin- und Strangenesserhaltung verträglichen Prozessen, bei denen ein Baryon aus dem $J^P = 1/2^+$ -Oktett oder dem $J^P = 3/2^+$ -Dekuplett ausgetauscht wird. Abb. 3.3 zeigt als Beispiel die $\Sigma\bar{\Sigma} \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Bornamplituden. Die bei der Konstruktion der Bornamplituden berücksichtigten Teilchen sind in Tab. 3.1 mit ihren Massen und den wichtigsten Quantenzahlen zusammengefaßt. Die Bestandteile des $\pi\pi - K\bar{K}$ Wechselwirkungsmodells werden in Abschnitt 3.4 skizziert.

Die Erweiterung des Modells von den $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden auf die anderen Teilchenkanäle erfolgt unter der Annahme, daß abgesehen von den Teilchenmassen

die Wechselwirkungen $SU(3)_{\text{flavor}}$ -symmetrisch sind. Die Kopplungskonstanten an den verschiedenen hadronischen Vertizes werden daher über $SU(3)$ -Relationen zueinander in Beziehung gesetzt. Um dem in dieser Arbeit entwickelten Modell eine größtmögliche $SU(3)$ -Symmetrie zu verleihen, werden gegenüber dem Modell von Pearce [28] die folgenden für die Beschreibung der $N\bar{N} \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden unerheblichen Änderungen vorgenommen: Im $N\bar{N} \rightarrow K\bar{K}$ Kanal wird nun auch der zuvor vernachlässigte Austausch des $Y^* \equiv \Sigma(1385)$ -Dekuplett-Baryons berücksichtigt, und die Formfaktoren für den Baryonaustausch werden innerhalb eines $SU(3)$ -Multipletts einheitlich gewählt.

Die Streugleichungen 3.3 und 3.4 werden mittels der im nächsten Abschnitt eingeführten Blankenbecler-Sugar-Reduktion der Bethe-Salpeter-Gleichung formuliert. Die freien Parameter des $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Modells werden schließlich durch die Anpassung der $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden an die quasiempirischen Daten [30, 31] bestimmt (s. Kapitel 4).

3.2 Die Blankenbecler-Sugar-Gleichung

Die Übergangsmatrix $\hat{\mathcal{M}}_{fi}$ einer Zwei-Teilchen-Reaktion $i \rightarrow f$ (s. Kapitel 2.2) ergibt sich in der relativistischen Feldtheorie aus der sogenannten Bethe-Salpeter-Gleichung [51], die in Operatorform lautet:

$$\hat{\mathcal{M}}_{fi} = \hat{\mathcal{V}}_{fi} + \sum_n \hat{\mathcal{M}}_{fn} \hat{\mathcal{G}}_n \hat{\mathcal{V}}_{ni} \quad , \quad (3.5)$$

wobei f , i und n die jeweiligen Zwei-Teilchen-Kanäle bezeichnen mögen und sich die Summe über alle im Modellraum berücksichtigten Zwei-Teilchen-Kanäle n erstreckt. $\hat{\mathcal{V}}_{fi}$ bezeichnet die Summe aller zusammenhängenden, Zwei-Teilchen-irreduziblen (abhängig vom Modellraum) Feynman-Diagramme für die Reaktion $i \rightarrow f$. $\hat{\mathcal{G}}_n$ ist der relativistische Zwei-Teilchen-Propagator im Kanal n .

In dem hier zu betrachtenden Fall des Übergangs eines Baryon-Antibaryon-Systems ($B\bar{B}'$) in zwei pseudoskalare Mesonen ($\mu\bar{\mu} = \pi\pi, K\bar{K}$) bei gleichzeitiger Beschränkung auf $\mu'\bar{\mu}' = \pi\pi, K\bar{K}$ Zwischenzustände lautet die Darstellung der Bethe-Salpeter-Gleichung im Impulsraum:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}(k, q; P) &= \mathcal{V}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}(k, q; P) \\ &+ \sum_{\mu'\bar{\mu}'} N_{\mu'\bar{\mu}'} \int d^4 k' \mathcal{M}_{\mu'\bar{\mu}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}(k, k'; P) \mathcal{G}_{\mu'\bar{\mu}'}(k'; P) \mathcal{V}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu'\bar{\mu}'}(k', q; P). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Hierbei möge P den (erhaltenen) 4-Gesamtimpuls sowie q , k' und k die 4-Relativimpulse des Anfangs-, Zwischen- und Endzustandes bezeichnen. Diese ergeben sich aus den jeweiligen 4-Impulsen der Teilchen gemäß

$$P = k'(1) + k'(2) \quad \text{sowie} \quad k' = (k'(1) - k'(2))/2 \quad . \quad (3.7)$$

Im Schwerpunktsystem der Reaktion ($\vec{P} = \vec{0}$) ergibt sich dann $P = (\sqrt{t}, \vec{0})$ mit der Gesamtenergie \sqrt{t} und $\vec{k}' = \vec{k}'(1) = -\vec{k}'(2)$. Der Symmetriefaktor $N_{\mu'\bar{\mu}'}$ aus Gl. 2.27 gewährleistet die korrekte Wahl des Phasenraums der symmetrisierten Zwischenzustände.

Die Übergangsmatrix $\mathcal{M}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}$ ist ebenso wie der Integrationskern $\mathcal{V}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}$ Operator im Spinorraum, steht also im Schwerpunktsystem mit den Helizitätsamplituden in folgender Beziehung (vgl. Gl. 2.18):

$$\langle \mu\bar{\mu}, k | T(t) | B\bar{B}', q, \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \bar{v}_{B'}(-\vec{q}, \lambda_2) \mathcal{M}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}(k, q; P) u_B(\vec{q}, \lambda_1) \quad (3.8)$$

Unter der Annahme, daß $\hat{\mathcal{V}}$ hermitesch ist ($\hat{\mathcal{V}}_{fi} = \hat{\mathcal{V}}_{fi}^\dagger \equiv (\hat{\mathcal{V}}_{if})^\dagger$), folgt aus der Differenz zwischen Gl. 3.5 und ihrem hermitesch konjugierten:

$$\hat{\mathcal{M}}_{fi} - \hat{\mathcal{M}}_{fi}^\dagger = \sum_n \hat{\mathcal{M}}_{fn}^\dagger \{ \hat{\mathcal{G}}_n - \hat{\mathcal{G}}_n^\dagger \} \hat{\mathcal{M}}_{ni} \quad , \quad (3.9)$$

und somit für die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Übergangsmatrix aus Gl. 3.6:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}(k, q; P) - \mathcal{M}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}^\dagger(k, q; P) = \\ 2i \sum_{\mu'\bar{\mu}'} N_{\mu'\bar{\mu}'} \int d^4 k' \mathcal{M}_{\mu'\bar{\mu}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}^\dagger(k, k'; P) \text{Im}(\mathcal{G}_{\mu'\bar{\mu}'}(k'; P)) \mathcal{M}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu'\bar{\mu}'}(k', q; P). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Wie in Gl. 2.25 folgt aus der Unitarität der S -Matrix (Gl. 2.24) für $\mathcal{M}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}$ nun die folgende Unitaritätsrelation:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}(k, q; P) - \mathcal{M}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}^\dagger(k, q; P) = \frac{-i}{(2\pi)^2} \sum_{\mu'\bar{\mu}'} N_{\mu'\bar{\mu}'} \\ \int d^4 k' \delta_+(k'(1)^2 - m_{\mu'}^2) \delta_+(k'(2)^2 - m_{\mu'}^2) \mathcal{M}_{\mu'\bar{\mu}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}^\dagger(k, k'; P) \mathcal{M}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu'\bar{\mu}'}(k', q; P). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Durch die δ -Funktionen ($i = 1, 2$)

$$\delta_+(k'(i)^2 - m_{\mu'}^2) \equiv \delta(k'_0(i)^2 - \vec{k}'^2 - m_{\mu'}^2) \theta(k'_0(i)) = \delta(k'_0(i) - \omega_{k'}) / 2\omega_{k'} \quad (3.12)$$

werden die intermediären Teilchen auf die Massenschale ($k'_0(i) = \omega_{k'} \equiv \sqrt{m_{\mu'}^2 + \vec{k}'^2}$) gesetzt. Ein Vergleich der Gln. 3.10 und 3.11 liefert für den Imaginärteil des Zwei-Meson-Propagators:

$$\begin{aligned} \text{Im}(\mathcal{G}_{\mu'\bar{\mu}'}(k'; P)) &= -\frac{1}{2(2\pi)^2} \delta_+(k'(1)^2 - m_{\mu'}^2) \delta_+(k'(2)^2 - m_{\mu'}^2) \\ &= -\frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{8\omega_{k'}^2} \delta(\sqrt{t} - 2\omega_{k'}) \delta(k'_0) \quad , \end{aligned} \quad (3.13)$$

wobei in der letzten Zeile verwendet wurde, daß die Teilchen im Zwischenzustand die gleiche Masse besitzen. Die ansonsten reell-analytische Zwei-Teilchen-Greensfunktion $\mathcal{G}_{\mu'\bar{\mu}'}(k'; P)$ besitzt also in der komplexen t -Ebene entlang der reellen Achse einen Cut, der sich von $t = 4m_{\mu'}^2$ bis $+\infty$ erstreckt. Dieser Cut der Greensfunktion des Zwischenzustandes induziert gemäß Gl. 3.10 die Diskontinuität der Streuamplitude.

Die Lösung der Bethe-Salpeter-Gleichung 3.6 ist äußerst aufwendig, da der Integrationskern \hat{V} nicht nur von den beiden 3-Relativimpulsen und der Startenergie \sqrt{t} , sondern außerdem noch von der 0. Komponente des 4-Relativimpulses abhängt, über die ebenfalls integriert wird. Aus diesem Grunde überführt man die Bethe-Salpeter-Gleichung 3.6 üblicherweise durch Einführung einer neuen, dreidimensionalen Greensfunktion $\hat{g} \propto \delta(k'_0)$ in ein System von zwei Gleichungen:

eine dreidimensionale Iterationsgleichung für die Übergangsmatrix,

$$\hat{\mathcal{M}}_{fi} = \hat{\mathcal{W}}_{fi} + \sum_n \hat{\mathcal{M}}_{fn} \hat{g}_n \hat{\mathcal{W}}_{ni} \quad , \quad (3.14)$$

und eine Gleichung für den neuen Integrationskern $\hat{\mathcal{W}}$,

$$\hat{\mathcal{W}}_{fi} = \hat{V}_{fi} + \sum_n \hat{V}_{fn} (\hat{\mathcal{G}}_n - \hat{g}_n) \hat{\mathcal{W}}_{ni} \quad . \quad (3.15)$$

Die für eine Vereinfachung erforderlichen Näherungen werden dann in Gl. 3.15 vorgenommen (z.B. $\hat{\mathcal{W}}_{fi} = \hat{V}_{fi}$), während Gl. 3.14 exakt gelöst wird.

Die Wahl von \hat{g} ist durch die Forderung eingegrenzt, daß die Diskontinuität von \hat{g} ebenfalls der Relation 3.13 genügen soll. Dadurch wird gewährleistet, daß der neue Integrationskern $\hat{\mathcal{W}}$ aus Gl. 3.15 wie \hat{V} hermitesch ist und die Übergangsmatrix für ein beliebiges, aber hermitesches $\hat{\mathcal{W}}$ (also auch im Falle der Näherung $\hat{\mathcal{W}}_{fi} = \hat{V}_{fi}$) der Unitaritätsrelation 3.11 genügt.

Der Ansatz von Blankenbecler und Sugar [50] beruht nun auf der Annahme, daß \hat{g} mit Ausnahme des durch Gl. 3.13 gegebenen Cuts auf der reellen Achse eine reell-analytische Funktion von t ist (eine andere mögliche Wahl wäre als Funktion von \sqrt{t}) und einer unsubtrahierten Dispersionsrelation genügt. Für den hier betrachteten Fall der Reaktion $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ lautet diese:

$$\begin{aligned} g_{\mu'\bar{\mu}'}(k'; t) &= \frac{1}{\pi} \int_{4m_{\mu'}^2}^{\infty} dt' \frac{\text{Im}(g_{\mu'\bar{\mu}'}(k'; t'))}{t' - t} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\omega_{k'}} \frac{1}{t - 4\omega_{k'}^2 + i\epsilon} \delta(k'_0) \quad . \end{aligned} \quad (3.16)$$

Durch die δ -Funktion in Gl. 3.16, die die beiden Teilchen im Zwischenzustand gleich weit off-mass-shell setzt ($k'_0(1) = k'_0(2)$), läßt sich die Integration über k'_0 in Gl. 3.6 in trivialer Weise ausführen, und es ergibt sich die sogenannte Blankenbecler-Sugar-Gleichung [50]:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}(\vec{k}, \vec{q}; t) &= \mathcal{V}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}(\vec{k}, \vec{q}; t) \\ &+ \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\mu'\bar{\mu}'} N_{\mu'\bar{\mu}'} \int d^3 k' \mathcal{M}_{\mu'\bar{\mu}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}(\vec{k}, \vec{k}'; t) \frac{1}{\omega_{k'}(t - 4\omega_{k'}^2 + i\epsilon)} \mathcal{V}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu'\bar{\mu}'}(\vec{k}', \vec{q}; t). \end{aligned} \quad (3.17)$$

Die Energiekomponenten der 4-Relativimpulse sind für den hier betrachteten Fall, daß Anfangs- und Endzustand on-mass-shell sind, eindeutig festgelegt durch:

$$q_0 = (E_B(q) - E_{B'}(q))/2, \quad k_0 = k'_0 = 0, \quad (3.18)$$

wobei $E_B(q) := \sqrt{\vec{q}^2 + M_B^2}$.

Geht man nun durch die Anwendung der Übergangsmatrix auf die Helizitätsspinoren der beiden Dirac-Teilchen zu den invarianten Helizitätsmatrixelementen aus Gl. 3.8 über, so erhält man ($T_{\mu'\bar{\mu}' \rightarrow \mu\bar{\mu}} \equiv \mathcal{M}_{\mu'\bar{\mu}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}$):

$$\begin{aligned} \langle \mu\bar{\mu}, \vec{k} | T(t) | B\bar{B}', \vec{q}, \lambda_1 \lambda_2 \rangle &= \langle \mu\bar{\mu}, \vec{k} | V(t) | B\bar{B}', \vec{q}, \lambda_1 \lambda_2 \rangle \\ &+ \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\mu'\bar{\mu}'} N_{\mu'\bar{\mu}'} \int d^3 k' \frac{T_{\mu'\bar{\mu}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}(\vec{k}, \vec{k}'; t) \langle \mu'\bar{\mu}', \vec{k}' | V(t) | B\bar{B}', \vec{q}, \lambda_1 \lambda_2 \rangle}{\omega_{k'}(t - 4\omega_{k'}^2 + i\epsilon)}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Aufgrund der Rotationsinvarianz der zugrundeliegenden Wechselwirkung² kann die BbS-Gleichung schließlich noch in Partialwellen zerlegt werden. Hierdurch wird die Integration über die Impulse des Zwischenzustands auf eine Dimension reduziert. Einzelheiten zur Partialwellenzerlegung der Matrixelemente finden sich in Anhang B. Das Resultat für die BbS-Streugleichung lautet:

$$\begin{aligned} \langle \mu\bar{\mu} | T^J(k, q; t) | B\bar{B}', \lambda_1 \lambda_2 \rangle &= \langle \mu\bar{\mu} | V^J(k, q; t) | B\bar{B}', \lambda_1 \lambda_2 \rangle \\ &+ \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{\mu'\bar{\mu}'} N_{\mu'\bar{\mu}'} \int k'^2 dk' \frac{T_{\mu'\bar{\mu}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}^J(k, k'; t) \langle \mu'\bar{\mu}' | V^J(k', q; t) | B\bar{B}', \lambda_1 \lambda_2 \rangle}{\omega_{k'}(t - 4\omega_{k'}^2 + i\epsilon)}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

An dieser Stelle mögen q, k, k' die Beträge der entsprechenden 3-Impulse bezeichnen.

Die Regularisierung der von der BbS-Greensfunktion generierten Singularität im Integralterm der Gl. 3.20 erfolgt nach der üblichen Methode: Zunächst wird das Integral in ein Hauptwertintegral umgeformt. Dessen Integrand wird durch die Subtraktion eines geeigneten, analytisch integrierbaren Ausdrucks frei von Singularitäten und kann dann numerisch integriert werden. Einzelheiten der Regularisierung finden sich in Anhang D. Die Lösung der BbS-Gleichung erfordert die Kenntnis der $\pi\pi, K\bar{K}$ -Amplituden sowie der $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden. Diese werden in den nun folgenden Abschnitten ausführlich diskutiert.

²Die Lagrangedichten in Abschnitt 3.3.1 sind offensichtlich Lorentz- und damit rotationsinvariant.

3.3 Die $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Bornamplituden

Wesentlicher Bestandteil des in dieser Arbeit entwickelten Modells für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch sind die Bornamplituden, die die Ankopplung des $\pi\pi$ - bzw. $K\bar{K}$ -Systems an das jeweilige Baryon-Antibaryon-System beschreiben. Diese Bornamplituden bestimmen das Verhalten und die Stärke des korrelierten Austausches in den verschiedenen Baryon-Baryon-Kanälen. Nun erfordern die Dispersionsrelationen 2.44–2.46 die Kenntnis der $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Amplituden (und damit auch der jeweiligen Bornamplituden) im pseudophysikalischen Bereich, d.h. für Energien unterhalb der $B\bar{B}'$ -Schwelle. Es wird daher so verfahren, daß die Bornamplituden zunächst wie gewohnt mittels Feynman-Regeln im physikalischen Bereich ($\sqrt{t} > M_B + M_{B'}$) konstruiert werden (Abschnitt 3.3.1). Anschließend werden die resultierenden analytischen Ausdrücke in den pseudophysikalischen Bereich fortgesetzt (Abschnitt 3.3.2).

Die Lagrangedichten, die die hadronischen Wechselwirkungen beschreiben und daher Ausgangspunkt für die Konstruktion der $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden sind, enthalten prinzipiell alle Freiheitsgrade (Impuls, Spin, Isospin bzw. $SU(3)_{\text{flavor}, \dots}$) der zu untersuchenden Felder. Anstatt aber Spin-Impuls- und Isospin- bzw. $SU(3)$ -Freiheitsgrade simultan zu behandeln, sollen aus Gründen der Übersichtlichkeit die beiden Anteile der Wechselwirkung separat behandelt werden. Im Anschluß an die beiden Abschnitte, die sich mit der Herleitung des Spin-Impuls-Anteils der verschiedenen Bornamplituden befassen, werden daher dann in Abschnitt 3.3.3 unter der Annahme der $SU(3)_{\text{flavor}}$ -Symmetrie der starken Wechselwirkung die Kopplungskonstanten und Isospinfaktoren der einzelnen Beiträge bestimmt.

3.3.1 Der Spin-Impuls-Anteil

Hinsichtlich des Spin-Impuls-Anteils sind die folgenden Beiträge zu den $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Bornamplituden zu unterscheiden:

- Austausch eines $J^P = 1/2^+$ -Baryons (J: Spin, P: Parität),
- Austausch eines $J^P = 3/2^+$ -Baryons,
- ρ -Polgraph.

Ausgangspunkt für die Ableitung der entsprechenden Übergangsmatrixelemente sind die Lagrangedichten für die auftretenden hadronischen Vertizes. Diese hadronischen Vertizes dienen als eine effektive Beschreibung komplizierter Quark-Gluon-Prozesse, die aufgrund ihrer Komplexität in der QCD nicht exakt behandelbar sind. Die effektiven hadronischen Lagrangedichten sind daher zunächst einmal unbestimmt. Allerdings müssen die effektiven Lagrangedichten die Eigenschaften und Symmetrien

der starken Wechselwirkung wiedergeben. Sie sind daher u.a. Lorentz-, paritäts- und zeitumkehrinvariant zu konstruieren. Unter Annahme des Prinzips größtmöglicher Einfachheit sind die hadronischen Lagrangedichten dann aber durch die Quantenzahlen der beteiligten Hadronen weitestgehend festgelegt. In dieser Arbeit werden die Lagrangedichten für die folgenden hadronischen Wechselwirkungen (charakterisiert durch die J^P -Quantenzahlen der beteiligten Hadronen) benötigt:

1. $\underline{B'Bp = (1/2)^+ \otimes (1/2)^+ \otimes 0^-}$

$$\mathcal{L}_{B'Bp}^{(pv)}(x) = \frac{f_{B'Bp}}{m_{\pi^+}} \bar{\psi}_{B'}(x) \gamma_5 \gamma^\mu \psi_B(x) \partial_\mu \phi_p(x) \quad (+\text{h.c.}, \text{ falls } B' \neq B) . \quad (3.21)$$

Die Skalierungsmasse, üblicherweise die Masse der geladenen Pionen, wird eingeführt, um dimensionslose Kopplungskonstanten $f_{B'Bp}$ zu erhalten. Neben der hier verwendeten Gradienten- oder auch pseudovektoriellen Kopplung (pv) besteht natürlich auch die Möglichkeit der pseudoskalaren Kopplung (ps):

$$\mathcal{L}_{B'Bp}^{(ps)}(x) = i g_{B'Bp} \bar{\psi}_{B'}(x) \gamma_5 \psi_B(x) \phi_p(x) \quad (+\text{h.c.}, \text{ falls } B' \neq B) . \quad (3.22)$$

Diese beiden Kopplungen sind für den Fall, daß die Baryonen on-mass-shell sind und die Kopplungskonstanten der Relation

$$g_{B'Bp} = f_{B'Bp} \frac{M_B + M_{B'}}{m_{\pi^+}} \quad (3.23)$$

genügen, völlig äquivalent. Dies ergibt sich unmittelbar durch Anwendung der Dirac-Gleichung in Gl. 3.21. Für Off-mass-shell-Baryonen hingegen zeigen beide Kopplungen ein deutlich unterschiedliches Verhalten: Die pseudovektorielle Kopplung liefert im Gegensatz zur pseudoskalaren Kopplung eine starke Unterdrückung von Antiteilchenbeiträgen („pair suppression“) und wird daher beispielsweise bei der Untersuchung der πN -Wechselwirkung bevorzugt [52].

2. $\underline{DBp = (3/2)^+ \otimes (1/2)^+ \otimes 0^-}$

$$\mathcal{L}_{DBp}(x) = \frac{f_{DBp}}{m_{\pi^+}} \bar{\psi}_B(x) (g_{\mu\nu} + x_\Delta \gamma_\mu \gamma_\nu) \psi_D^\mu(x) \partial^\nu \phi_p(x) \quad + \text{h.c.} . \quad (3.24)$$

Der zu x_Δ proportionale Anteil von \mathcal{L}_{DBp} wird als Off-shell-Anteil bezeichnet, da dieser Term verschwindet, wenn der Feldoperator $\psi_D^\mu(x)$ eine Lösung der Rarita-Schwinger-Gleichungen A.23 ist. In die Sprache der Feynman-Diagramme übertragen bedeutet dies, daß der Off-shell-Anteil von \mathcal{L}_{DBp} nur dann einen Beitrag liefert, wenn sich das an dem DBp -Vertex angekoppelte $(3/2)^+$ -Baryon nicht auf seiner Massenschale befindet: $p_D^2 \neq M_D^2$.

Ebenso wie der Parameter A , der in der freien Lagrangedichte eines Spin-3/2-Teilchens eingeführt wird [53] und dann auch im Non-pole-Anteil des Spin-3/2-Propagators (s. Gl. A.29) auftritt, ist die relative Stärke des Off-shell-Anteils der DBp -Kopplung, x_Δ , zunächst unbestimmt. Aus allgemeinen feldtheoretischen Überlegungen [54] kann allerdings abgeleitet werden, daß die Amplituden von Prozessen mit inneren $(3/2)^+$ -Linien und DBp -Vertizes die beiden Parameter immer nur in einer bestimmten Kombination enthalten:

$$\frac{1 + 4x_\Delta}{2A + 1} =: 1 + 4Z \quad , \quad (3.25)$$

wobei die Größe Z hier in Übereinstimmung mit den Refn. [53, 54] definiert wurde. Unterschiedliche (x_Δ, A) -Wertepaare, die gemäß Gl. 3.25 den gleichen Z -Wert liefern, ergeben also für die Amplituden identische Resultate und beschreiben daher ein und dieselbe Wechselwirkungstheorie; andererseits sind unterschiedliche Theorien der DBp -Wechselwirkung durch den jeweiligen Wert von Z gekennzeichnet. Zwar existieren gewisse Argumente für oder gegen gewisse Z -Werte [53], prinzipiell ist Z aber theoretisch nicht determiniert und daher erst durch den Vergleich der theoretischen Vorhersagen mit dem Experiment zu bestimmen. In Analogie zu Ref. [28] wird in dieser Arbeit Z an die quasiempirischen Daten für die $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden angepaßt. Außerdem wird von Beginn an $A = -1$ gesetzt, da dies nach den obigen Ausführungen die Gültigkeit der Ergebnisse in keiner Weise einschränkt, den Rechenaufwand durch den Wegfall des Non-pole-Anteils des Spin-3/2-Propagators aber deutlich reduziert. Die Definitionsgleichung von Z (3.25) lautet damit:

$$Z := -\left(\frac{1}{2} + x_\Delta\right) \quad . \quad (3.26)$$

3. $B'Bv = (1/2)^+ \otimes (1/2)^+ \otimes 1^-$

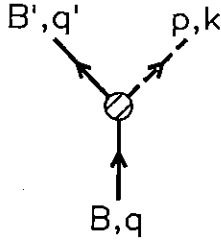
$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{B'Bv}(x) = & \quad g_{B'Bv} \bar{\psi}_{B'}(x) \gamma_\mu \psi_B(x) \phi_v^\mu(x) \\ & + \frac{f_{B'Bv}}{4M_N} \bar{\psi}_{B'}(x) \sigma_{\mu\nu} \psi_B(x) (\partial^\mu \phi_v^\nu(x) - \partial^\nu \phi_v^\mu(x)) \\ & (+\text{h.c.}, \text{ falls } B' \neq B) \quad . \end{aligned} \quad (3.27)$$

4. $p'pv = 0^- \otimes 0^- \otimes 1^-$

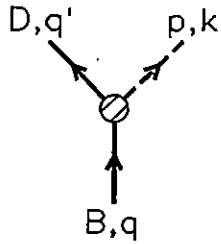
$$\mathcal{L}_{p'pv}(x) = g_{p'pv} \phi_{p'}(x) \partial_\mu \phi_p \phi_v^\mu(x) \quad (+\text{h.c.}, \text{ if } p' \neq p) \quad . \quad (3.28)$$

Die in dieser Arbeit für Metrik und Dirac-Matrizen gültigen Konventionen sowie die für die Hadronen verwendeten Feldoperatoren sind im Anhang A zusammengestellt. Aus den Wechselwirkungslagrangedichten $\mathcal{L}_{\alpha\beta\gamma}(x)$ lassen sich nun direkt die

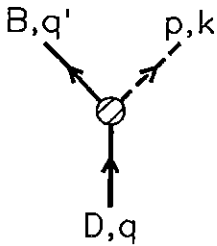
Faktoren berechnen, die die einzelnen Vertizes eines Feynman-Diagramms zur entsprechenden Amplitude beitragen³. Den Konventionen von Ref. [38] folgend liefert ein Vertex $\alpha\beta\gamma$ gerade einen Faktor $\mathcal{W}_{\alpha\beta\gamma}$, den man aus $i\mathcal{L}_{\alpha\beta\gamma}(x)$ durch Weglassen der Feldoperatoren sowie die Ersetzung der Ableitungsoperatoren ∂_μ durch den entsprechenden 4-Impuls ik_μ (bei vom Vertex nach außen gerichteter Teilchenlinie) gewinnt. Die Vertexfaktoren $\mathcal{W}_{\alpha\beta\gamma}$ lauten somit in den für die Konstruktion der $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden benötigten Fällen:



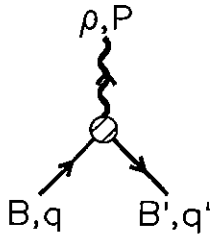
$$\mathcal{W}_{BB'p}(k) = -\frac{f_{BB'p}}{m_{\pi^+}} \gamma_5 \gamma_\mu k^\mu \quad (3.29)$$



$$\mathcal{W}_{BDp}^\mu(k) = -\frac{f_{BDp}}{m_{\pi^+}} (g^{\mu\nu} + x_\Delta \gamma^\mu \gamma^\nu) k_\nu \quad (3.30)$$

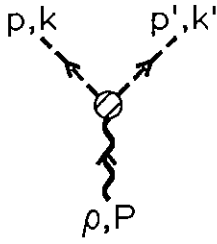


$$\mathcal{W}_{DBp}^\mu(k) = -\frac{f_{DBp}}{m_{\pi^+}} (g^{\mu\nu} + x_\Delta \gamma^\nu \gamma^\mu) k_\nu \quad (3.31)$$



$$\mathcal{W}_{BB'\nu}^\mu(P) = ig_{BB'\nu} \gamma^\mu + \frac{f_{BB'\nu}}{2M_N} \sigma^{\mu\nu} P_\nu \quad (3.32)$$

³Für eine allgemeine Vorschrift zur Ableitung der Feynman-Regeln aus der Lagrangedichte eines Systems siehe z.B. Ref. [55].



$$\mathcal{W}_{p'pv}^{\mu}(k, k') = -ig_{p'pv}(k - k')^{\mu} \quad (3.33)$$

Die Lagrangedichten 3.21–3.27, die die Ankopplung eines Mesons an einen Baryonenstrom beschreiben, enthalten jeweils drei verschiedene Feldoperatoren ($\bar{\psi}, \psi, \phi$) und können daher problemlos in Spin-Impuls- und Isospinanteil aufgespalten werden. Bei rein mesonischen Lagrangedichten wie der Ankopplung eines Vektormesons an zwei pseudoskalare Mesonen in Gl. 3.28 ist dies im allgemeinen nicht möglich. Entweder gehören die beiden pseudoskalaren Feldoperatoren in der Lagrangedichte 3.28 zu identischen Teilchen ($\pi\pi\rho$) oder aber die Lagrangedichte besteht aus zwei zueinander hermitesch konjugierten Termen, die beide gleichzeitig zur Vertexfunktion beitragen können ($KK\rho$). In beiden Fällen gilt, daß die Vertauschungsrelationen der pseudoskalaren Feldoperatoren genau beachtet werden müssen, um die relativen Vorzeichen in den Vertexfaktoren korrekt ableiten zu können. Dies ist aber nur durch die simultane Behandlung von Spin-Impuls- und Isospinabhängigkeit der Lagrangedichte möglich. Erst die resultierenden Vertexfaktoren können dann in die beiden Anteile faktorisiert werden. Die erforderlichen Rechnungen sind in Anhang E zu finden. In Gl. 3.33 wurde bereits das Resultat für den Spin-Impuls-Anteil des ppv -Vertex angegeben.

Die hadronischen Vertizes sind eine effektive Beschreibung komplizierter Vielteilchen-Prozesse, deren Dynamik im Prinzip durch die QCD eindeutig festgelegt ist. Bei großen Abständen zwischen den Hadronen, also kleinen Impulsüberträgen, sind diese Vielteilchen-Prozesse aber auf die einzelnen, voneinander deutlich separierten Hadronen begrenzt; die Hadronen sind in diesem Bereich also die relevanten Freiheitsgrade. Verringert sich aber der Abstand zwischen den Hadronen, so wird ein Punkt erreicht, ab dem die Vielteilchen-Struktur der Hadronen aufgelöst werden kann und die Dynamik eines Prozesses von Vielteilchen-Prozessen dominiert wird. Allerdings bedeutet dies noch nicht, daß das Hadronenbild wie lange Zeit angenommen an dieser Stelle seine Berechtigung verlieren muß. Vielmehr zeigt sich in verschiedenen Arbeiten [56, 57, 58], daß durch Einführung einer Mesonenwolke um das nackte Hadron die Vielteilchen-Substruktur der „gedressten“ Hadronen auch noch bei hohen Impulsüberträgen erfolgreich im Hadronenbild behandelt werden kann.

Es bleibt also festzuhalten, daß das einfache Wenig-Hadronen-Bild bei großen Impulsüberträgen Modifikationen erfahren wird, entweder durch hadronische Vielteilchen-Prozesse oder durch explizite Quark-Gluon-Prozesse. Diese Modifikationen

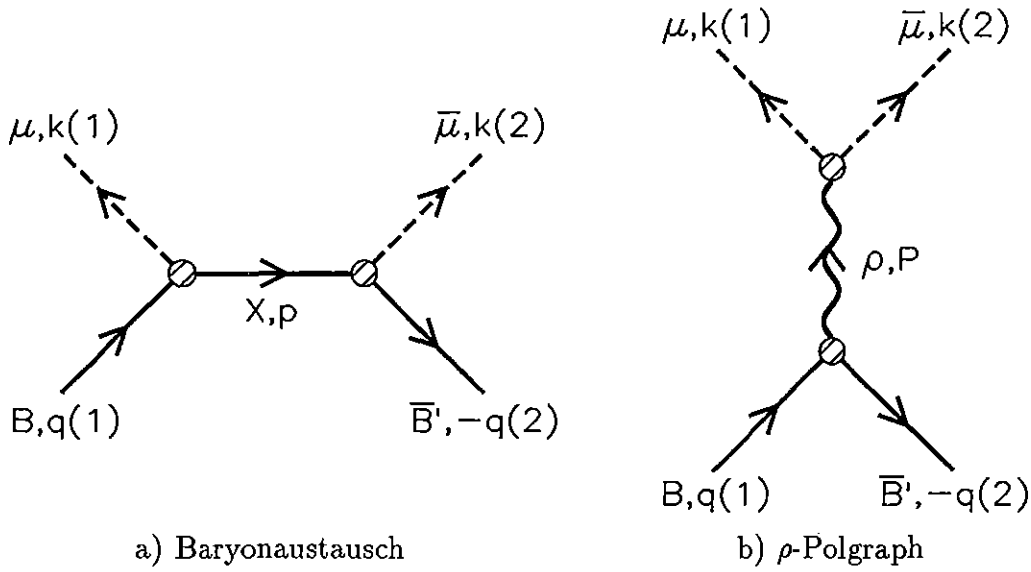


Abbildung 3.4: Bezeichnung der Impulsvariablen in den Borngraphen.

werden in den hadronischen Vertizes durch Formfaktoren berücksichtigt. Dem ursprünglich aus rein phänomenologischen Gründen (nämlich der Konvergenz hadronischer Ausdrücke bei hohen Impulsüberträgen) eingeführten Konzept der Formfaktoren unterliegt also ein tiefgreifendes, physikalisches Konzept. Da eine zuverlässige Ableitung der verschiedenen, hier benötigten Formfaktoren im Rahmen eines mikroskopischen Modells bislang noch nicht möglich ist, werden die Formfaktoren in dieser Arbeit allerdings phänomenologisch behandelt. Die Parametrisierung der Formfaktoren wird an die quasiempirischen Daten für die $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden im pseudophysikalischen Bereich angepaßt.

In den Baryonaustauschprozessen (Abb. 3.4a) erhält jeder Vertex einen Multipol-Formfaktor:

$$F_X(p^2) = \left(\frac{n_X \Lambda_X^2 - M_X^2}{n_X \Lambda_X^2 - p^2} \right)^{n_X}, \quad (3.34)$$

wobei $p^2 = p_0^2 - \vec{p}^2$ das 4-Impulsquadrat des Austauschbaryons ist. Die beiden Parameter, die sogenannte Cutoff-Masse Λ_X^2 sowie der Exponent n_X , werden für alle BBp - und alle BDP -Vertizes jeweils einheitlich gewählt, um die Freiheiten bei der Extrapolation des an die quasiempirischen $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ -Daten angepaßten Modells zu den Hyperon-Antihyperon-Amplituden möglichst gering zu halten. Die analytische Form von $F_X(p^2)$ in Gl. 3.34 wurde so gewählt, daß der Formfaktor am Pol ($p^2 = M_X^2$) den Vertex nicht modifiziert ($F_X(M_X^2) = 1$) und daß die Abhängigkeit vom Exponenten n_X relativ schwach ist. Letzteres ergibt sich aus der p^2 -Entwicklung von

$$\frac{F_X(p^2)}{F_X(0)} = 1 + p^2/\Lambda^2 + \dots, \quad (3.35)$$

die in den ersten beiden Ordnungen von n_X unabhängig ist.

Für den ρ -Polgraphen in Abb. 3.4b wird der Formfaktor am $\mu\mu\rho$ -Vertex wie in dem $\pi\pi - K\bar{K}$ -Wechselwirkungsmodell aus Ref. [28] parametrisiert (s. Anhang H):

$$\begin{aligned} F_{\mu\mu\rho}(\vec{k}^2) &= \left(\frac{n_{\mu\mu\rho}\Lambda_{\mu\mu\rho}^2 + (m_\rho^{(0)})^2}{n_{\mu\mu\rho}\Lambda_{\mu\mu\rho}^2 + 4\omega_\mu^2(\vec{k}^2)} \right)^{n_{\mu\mu\rho}} \\ &= \left(\frac{n_{\mu\mu\rho}\bar{\Lambda}_{\mu\mu\rho}^2 + k_{\mu\bar{\mu}}^2 \left((m_\rho^{(0)})^2 \right)}{n_{\mu\mu\rho}\bar{\Lambda}_{\mu\mu\rho}^2 + |\vec{k}|^2} \right)^{n_{\mu\mu\rho}} \end{aligned} \quad (3.36)$$

mit

$$\bar{\Lambda}_{\mu\mu\rho}^2 = \frac{\Lambda_{\mu\mu\rho}^2}{4} + \frac{m_\mu^2}{n_{\mu\mu\rho}}, \quad (3.37)$$

dem Relativimpuls \vec{k} der beiden pseudoskalaren Mesonen und dem On-shell-Impuls des $\mu\bar{\mu}$ Zustands $k_{\mu\bar{\mu}}^2(t) = t/4 - m_\mu^2$. Sind neben dem Baryon-Antibaryon-Paar auch die übrigen Teilchen im ρ -Polgraphen auf der Massenschale, gilt also $t = (m_\rho^{(0)})^2 = 4\omega_\mu^2(\vec{k}^2)$ (s. Gln. 3.38–3.41), so wird die Amplitude durch den $\mu\mu\rho$ -Formfaktor nicht modifiziert: $F_{\mu\mu\rho}(\vec{k}^2) = 1$. In die Dispersionsintegrale 2.44–2.46 gehen nur die Diskontinuitäten der $A\bar{C} \rightarrow D\bar{B}$ On-shell-Amplituden ein, alle vier (Anti-)Baryonen befinden sich also auf ihrer Massenschale. Die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden werden daher nur für $B\bar{B}'$ -Zustände benötigt, die sich gleichsam auf der Massenschale befinden. Ein Gl. 3.36 entsprechender Formfaktor am $BB'\rho$ -Vertex würde bei dieser Beschränkung nur vom $B\bar{B}'$ -On-shell-Impuls abhängen und hätte für die Gewährleistung der Konvergenz der Iterationsgleichung 3.20 keinerlei Funktion. Aus rein phänomenologischen Gründen besteht für den $BB'\rho$ -Formfaktor somit kein Bedarf. Außerdem wäre in dem hier betrachteten Energiebereich $t \leq 120m_\pi^2$ die Variation dieses Formfaktors bei einer nicht zu kleinen Cutoff-Masse relativ schwach. Daher wird der $BB'\rho$ -Formfaktor im folgenden außer Acht gelassen, um so die Anzahl der freien Modellparameter möglichst gering zu halten.

Mit den Vertexfaktoren 3.29–3.33 und den in Anhang A aufgeführten Feynman-Propagatoren können die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden nach den üblichen Feynman-Regeln [38] berechnet werden. Die Fortsetzung dieser Amplituden in den pseudo-physikalischen Bereich unterhalb der $B\bar{B}'$ -Schwelle wird dann im nächsten Abschnitt diskutiert. Nach den vorangegangenen Bemerkungen befinden sich die $B\bar{B}'$ -Zustände auf der Massenschale. Die $\mu\bar{\mu}$ -Zustände hingegen können als Zwischenzustände der Iterationsgleichung 3.20 auch off-mass-shell sein. Allerdings genügen sie dabei der BbS-Bedingung $k_0 = 0$ (Gl. 3.18). Im Schwerpunktsystem folgt daher für die

4-Impulse der äußeren Beine der beiden in Abb. 3.4 dargestellten Borngraphen:

$$q(1) = \begin{pmatrix} E_B(q) \\ \vec{q} \end{pmatrix}, \quad q(2) = \begin{pmatrix} E_{B'}(q) \\ -\vec{q} \end{pmatrix}, \quad k(1) = \begin{pmatrix} k_0(1) \\ \vec{k} \end{pmatrix}, \quad k(2) = \begin{pmatrix} k_0(2) \\ -\vec{k} \end{pmatrix}. \quad (3.38)$$

Für den Schwerpunktsimpuls P sowie die Relativimpulse des Anfangs- und Endzustandes, q und k , erhält man daher:

$$P := q(1) + q(2) = k(1) + k(2) = \begin{pmatrix} E_B(q) + E_{B'}(q) = \sqrt{t} \\ \vec{0} \end{pmatrix}, \quad (3.39)$$

$$q := \frac{1}{2}(q(1) - q(2)) = \begin{pmatrix} [E_B(q) - E_{B'}(q)]/2 \\ \vec{q} \end{pmatrix}, \quad (3.40)$$

$$k := \frac{1}{2}(k(1) - k(2)) = \begin{pmatrix} [k_0(1) - k_0(2)]/2 \\ \vec{k} \end{pmatrix} \stackrel{(3.18)}{=} \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{k} \end{pmatrix}. \quad (3.41)$$

Ist der $\mu\bar{\mu}$ -Zustand on-mass-shell, so gilt Gl. 3.41 unverändert, da μ und $\bar{\mu}$ die gleichen Massen besitzen und daher $k_0(1) = k_0(2) = \omega_\mu(k)$ ist.

Damit ergibt sich für die Bornamplitude $\mathcal{V}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}(\vec{k}, \vec{q}; t)$ in den drei hinsichtlich des Spin-Impuls-Anteils zu unterscheidenden Prozessen:

- Austausch eines $J^P = 1/2^+$ -Baryons X mit Impuls $p = q - k$

$$\mathcal{V}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}^X(\vec{k}, \vec{q}; t) = \left(\frac{f_{XB'\mu}}{m_{\pi^+}} \gamma_5 \gamma_\mu k^\mu(2) \right) \frac{-(\not{p} + M_X)}{p^2 - M_X^2} \left(\frac{f_{XB\mu}}{m_{\pi^+}} \gamma_5 \gamma_\nu k^\nu(1) \right) F_X^2(p^2), \quad (3.42)$$

- Austausch eines $J^P = 3/2^+$ -Baryons X mit Impuls $p = q - k$

$$\mathcal{V}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}^X(\vec{k}, \vec{q}; t) = \left[-\frac{f_{XB'\mu}}{m_{\pi^+}} (g_{\mu\nu} + x_\Delta \gamma_\nu \gamma_\mu) k^\nu(2) \right] S_X^{\mu\rho}(p, A = -1) \left[-\frac{f_{XB\mu}}{m_{\pi^+}} (g_{\rho\sigma} + x_\Delta \gamma_\rho \gamma_\sigma) k^\sigma(1) \right] F_X^2(p^2), \quad (3.43)$$

- ρ -Polgraph

$$\mathcal{V}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}^\rho(\vec{k}, \vec{q}; t) = \left(ig_{BB'\rho}^{(0)} \gamma_\mu + \frac{f_{BB'\rho}^{(0)}}{2M_N} \sigma_{\mu\nu} P^\nu \right) \frac{g^{\mu\sigma} - P^\mu P^\sigma / (m_\rho^{(0)})^2}{P^2 - (m_\rho^{(0)})^2} \left[-ig_{\mu\rho}^{(0)} (k(1) - k(2))_\sigma \right] F_{\mu\rho}(\vec{k}^2). \quad (3.44)$$

Durch Einsetzen der kinematischen Relationen (3.38–3.41) sowie die Kontraktion der auftretenden γ -Matrizen können diese Ausdrücke weiter vereinfacht werden. Dies erfordert speziell im Falle des $3/2^+$ -Baryonaustausches zwar einigen Rechenaufwand, ist aber im Prinzip ohne größeren Tiefgang, so daß auf die Wiedergabe der Zwischenergebnisse an dieser Stelle verzichtet wird.

Schließlich erhält man die Helizitätsamplituden der $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornsterme wie in Gl. 3.8 durch die Anwendung von $\mathcal{V}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}(\vec{k}, \vec{q}; t)$ auf die entsprechenden Dirac-Helizitätsspinoren, die im Anhang in den Gln. A.15, A.19 eingeführt werden:

$$\langle \mu\bar{\mu}, \vec{k} | V(t) | B\bar{B}', \vec{q}, \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \bar{v}_{B'}(-\vec{q}, \lambda_2) \mathcal{V}_{B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}(\vec{k}, \vec{q}; t) u_B(\vec{q}, \lambda_1) \quad . \quad (3.45)$$

Die Endergebnisse für diese Helizitätsamplituden sind mit einigen technischen Einzelheiten in Anhang F zusammengefaßt.

Bevor die Bornamplituden letztendlich in die BbS-Streugleichung 3.20 eingeführt werden können, müssen sie noch in Partialwellen zerlegt werden (s. Anhang B). Die hierzu erforderliche Integration über den Streuwinkel (vgl. Gl. B.9) wird für die Baryonaustauschprozesse numerisch ausgeführt, während die Integrale im Falle des ρ -Polgraphen aufgrund der Winkelunabhängigkeit des ρ -Propagators und des $\mu\mu\rho$ -Formfaktors problemlos analytisch gelöst werden können. Die entsprechenden Resultate für den ρ -Polgraphen finden sich ebenfalls in Anhang F.

3.3.2 Die analytische Fortsetzung der Bornamplituden

Die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden sind im vorhergehenden Abschnitt nach den üblichen Vorschriften im physikalischen Bereich ($\sqrt{t} > M_B + M_{B'}$) abgeleitet worden. Das Dispersionsintegral in Gl. 2.44 erstreckt sich aber über den gesamten $\pi\pi$ -Cut mit dem Verzweigungspunkt bei $t = 4m_\pi^2$. Im folgenden ist daher zu klären, wie die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden in den sogenannten pseudophysikalischen Bereich ($4m_\pi^2 \leq t < (M_B + M_{B'})^2$) analytisch fortgesetzt werden. Dazu sind die von der Schwerpunktsenergie abhängigen kinematischen Größen, die in den Bornamplituden (s. Anhang F) auftreten, als Funktionen von t auszudrücken.

Innerhalb des *physikalischen* Bereichs von t gilt im Schwerpunktsystem der t -Kanal-Reaktion:

$$t = (E_B + E_{B'})^2 = \left[(M_B^2 + q^2)^{1/2} + (M_{B'}^2 + q^2)^{1/2} \right]^2 \quad . \quad (3.46)$$

Für den On-shell-Impuls des $B\bar{B}'$ -Systems folgt damit:

$$q^2(t) = \frac{[t - (M_B + M_{B'})^2][t - (M_B - M_{B'})^2]}{4t} \quad . \quad (3.47)$$

Die Ein-Teilchen-Energien des Baryons B und des Antibaryons \bar{B}' lassen sich folgendermaßen als Funktionen von t ausdrücken:

$$\begin{aligned} E_B(t) &= \frac{(E_B + E_{B'})}{2} + \frac{E_B^2 - E_{B'}^2}{2(E_B + E_{B'})} \\ &= \frac{t + M_B^2 - M_{B'}^2}{2\sqrt{t}} \quad , \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$E_{B'}(t) = \frac{t + M_{B'}^2 - M_B^2}{2\sqrt{t}} \quad .$$

Die analytische Fortsetzung der Relationen 3.47 und 3.48 in den pseudophysikalischen Bereich ist offensichtlich. Für die Fortsetzung der Relation 3.46 muß die Mehrdeutigkeit der Wurzelfunktion beachtet werden:

$$z^{1/2} = \pm \sqrt{z} \quad , \quad (3.49)$$

wobei \sqrt{z} den Hauptzweig der Wurzelfunktion bezeichnet. Die Umkehrfunktion $t(q^2)$ der bis auf den Pol in $t = 0$ holomorphen Funktion $q^2(t)$ aus Gl. 3.47 ist daher doppelwertig:

$$t_{\pm}(q^2) = \left[\sqrt{M_B^2 + q^2} \pm \sqrt{M_{B'}^2 + q^2} \right]^2 \quad . \quad (3.50)$$

Um eine eindeutige Funktion $t(q^2)$ definieren zu können, wird daher wie bei der Wurzelfunktion ein Cut in der komplexen q^2 -Ebene mit den Verzweigungspunkten $q^2 = -M_B^2, -M_{B'}^2$ eingeführt [36]. Solange dieser Cut nicht gekreuzt wird, ist die Abbildung 3.46 eindeutig. Dieser Cut wird in die komplexe t -Ebene als Kreis $|t| = |M_B^2 - M_{B'}^2|$ abgebildet.

Durch die unterschiedlichen Massen der beiden Baryonen B und B' wird die analytische Fortsetzung der $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden deutlich erschwert. Für gleiche Massen reduzieren sich die obigen Gleichungen nämlich auf:

$$\begin{aligned} t &= 4(M_B^2 + q^2) \quad , \\ q^2(t) &= t/4 - M_B^2 \quad , \\ E_B &= \sqrt{t}/2 \quad . \end{aligned} \quad (3.51)$$

Der Zusammenhang zwischen t und q^2 ist in diesem Fall eindeutig umkehrbar. Der einzige Baryon-Antibaryon-Zustand in dieser Arbeit mit unterschiedlichen Massen ist der $\Lambda\bar{\Sigma}$ -Kanal. Da die Massendifferenz von 77 MeV zwischen dem Λ - und dem Σ -Hyperon auf der hadronischen Massenskala relativ klein ist, werden in dem $\Lambda\bar{\Sigma}$ -Kanal (und nur dort) die beiden Hyperonmassen gleichgesetzt, und zwar auf die mittlere Masse:

$$M_{\Lambda\Sigma} = \frac{1}{2}(M_{\Lambda} + M_{\Sigma}) \quad . \quad (3.52)$$

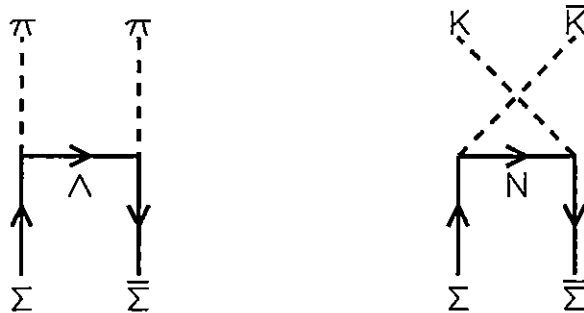


Abbildung 3.5: Baryonaustauschgraphen im $\Sigma\bar{\Sigma}$ -Kanal, in denen die Masse des Austauschbaryons auf die Σ -Masse heraufgesetzt wird.

Bei der analytischen Fortsetzung der Bornamplituden in den pseudophysikalischen Bereich ergibt sich für die Baryonaustauschgraphen (s. Abb. 3.4a), in denen die Masse des Austauschbaryons M_X kleiner ist als die Massen der beiden äußeren Baryonen $M_B = M_{B'}$ (siehe z.B. Abb. 3.5 für die entsprechenden Graphen im $\Sigma\bar{\Sigma}$ -Kanal), ein weiteres Problem. In diesem Fall wird der Energienenner des Baryonpropagators aus Gl. 3.42,

$$\begin{aligned} p^2 - M_X^2 &= -[(\vec{q} - \vec{k})^2 + M_X^2] \\ &= -[t/4 - M_B^2 + M_X^2 + \vec{k}^2 - 2\vec{q} \cdot \vec{k}] \quad , \end{aligned} \quad (3.53)$$

innerhalb des pseudophysikalischen Bereiches ($\vec{q}^2 < 0 \Rightarrow \vec{q} \cdot \vec{k} \in i\mathbb{R}$) bei vorgegebenem $t < 4(M_B^2 - M_X^2)$ für einen Wert des Zwischenzustandsimpulses k an der Stelle $\cos\theta = 0$ singulär:

$$\begin{aligned} p^2 - M_X^2 = 0 &\Leftrightarrow \vec{k}^2 = M_B^2 - M_X^2 - t/4 > 0 \\ \cos\theta &= 0 \quad . \end{aligned} \quad (3.54)$$

Die Behandlung dieser Singularitäten, die bei der $\cos\theta$ -Integration für die Partialwellenzerlegung der Bornamplituden auftreten, ist unklar [35] und bedarf einer ausführlichen Untersuchung der komplexen analytischen Struktur der jeweiligen Amplituden. Die Behandlung des korrelierten $\pi\pi$ -Austausches in der YN -Wechselwirkung soll angesichts des geringen empirischen Kenntnisstandes aber möglichst einfach gehalten werden. Daher werden die Baryonaustauschbeiträge, für die $M_X < M_B$ gilt, in dieser Arbeit näherungsweise ausgewertet, indem die Masse des Austauschbaryons M_X auf die Masse der beiden äußeren Baryonen heraufgesetzt wird.

3.3.3 Der $SU(3)$ -Anteil

Aus zahlreichen empirischen Beobachtungen kann geschlossen werden, daß die starke Wechselwirkung neben den fundamentalen Symmetrien wie Lorentz-, Paritäts-, Zeitumkehrinvarianz und der Invarianz unter Ladungskonjugation zusätzlich der Invarianz unter Transformationen im Isospinraum genügt. Beispielsweise weist das hadronische Massenspektrum eindeutig ein entsprechendes Ordnungsprinzip auf, da die stark wechselwirkenden Teilchen immer in sogenannten Isospinmultipletts auftreten, deren Mitglieder annähernd die gleichen Massen besitzen und sich ansonsten nur durch die Ladung unterscheiden. Gleichzeitig zeigt sich im Experiment, daß die starke Wechselwirkung *zwischen* den Hadronen unabhängig davon ist, welche Ladungszustände der betrachteten Isospinmultipletts untersucht werden. Gebrochen wird die Isospinsymmetrie durch die elektroschwache Wechselwirkung. An der Ladungsabhängigkeit der Coulomb-Wechselwirkung ist dies unmittelbar zu erkennen. Neben den kleinen Massenaufspaltungen in den einzelnen Isospinmultipletts werden dadurch möglicherweise auch meßbare Effekte induziert, die die Ladungssymmetrie der hadronischen Wechselwirkungen über die Coulomb-Wechselwirkung hinausgehend brechen. An den in der Natur realisierten Darstellungen, den Isospinmultipletts, läßt sich die der Isospinerhaltung zugeordnete Symmetriegruppe ablesen. Es ist die $SU(2)_{\text{Isospin}}$, die Gruppe der speziellen unitären Transformationen in zwei Dimensionen.

Auf der Ebene von Quarks und Gluonen folgt die Isospinsymmetrie aus der universellen Ankopplung der Gluonen an die verschiedenen Quarkflavorsorten sowie der Massengleichheit von up- und down-Quark auf der hadronischen Massenskala⁴. Bezieht man in diese Überlegungen das strange-Quark ein, so erhält man die nächsthöherdimensionale Symmetriegruppe, die $SU(3)_{\text{flavor}}$ -Gruppe. Verglichen mit den Massen der „Current-Quarks“ von einigen MeV für up- und down-Quark besitzt das strange-Quark eine deutlich höhere Masse in der Größenordnung von hundert MeV . Da dies aber noch immer kleiner als die „typische“ QCD-Massenskala von einigen hundert MeV ist, ist zu erwarten, daß die $SU(3)_{\text{flavor}}$ -Symmetrie durch die starke Wechselwirkung zwar gebrochen wird, diese Brechung aber noch als Störung der exakten Symmetrie betrachtet werden kann. Tatsächlich zeigen sich im hadronischen Spektrum gewisse Regelmäßigkeiten zwischen den mittleren Massen der verschiedenen Isospinmultipletts mit gleichen Spin- und Paritätsquantenzahlen. Diese können im Rahmen von $SU(3)$ -Überlegungen, die z.B. auf die Massenformeln von Gell-Mann und Okubo führen, beschrieben werden. Zumindest die leichteren Hadronen können somit zu $SU(3)$ -Multipletts gruppiert werden. Die Mitglieder dieser Multipletts werden durch die $SU(3)$ -Quantenzahlen Isospin I , Isospinprojektion I_3

⁴Die Auswirkung einer Massenaufspaltung zwischen u - und d -Quark auf die Isospinsymmetrie der starken Wechselwirkung wird z.B. in Ref. [55] diskutiert.

und Hyperladung $Y = B + S$ (B : Baryonenzahl, S : Strangeness) unterschieden, besitzen ansonsten aber identische Quantenzahlen.

Die hadronischen Wechselwirkungen können aufgrund der Massenaufspaltungen in den $SU(3)$ -Multipletts nicht $SU(3)$ -symmetrisch sein. Ob die $SU(3)$ -Symmetrie außer durch diesen kinematischen Effekt auch dynamisch gebrochen ist (z.B. durch die Kopplungsstärken an den hadronischen Vertizes), ist bislang noch ungeklärt, da keine eindeutige experimentelle Evidenz hierfür vorliegt. In Bereichen wie der Hyperon-Nukleon-Wechselwirkung, die für eine Beantwortung dieser Frage geradezu prädestiniert sind, mangelt es an empirischen Informationen. Aus theoretischer Sicht ist es daher am sinnvollsten, die Modelle hadronischer Reaktionen unter Annahme der $SU(3)$ -Symmetrie mit expliziter Symmetriebrechung durch die physikalischen Teilchenmassen zu konstruieren, um dann im Vergleich mit dem Experiment ein eventuelles Versagen der $SU(3)$ -Symmetrie feststellen zu können.

$SU(3)$ -Feldoperatoren

Um die $SU(3)$ -invariante Kopplung verschiedener hadronischer Multipletts systematisch behandeln zu können, müssen zunächst hadronische Feldoperatoren definiert werden, die sich wohldefiniert unter $SU(3)$ -Transformationen verhalten. Die hierzu notwendigen Betrachtungen lehnen sich eng an die Ausführungen der Refn. [11, 59] an.

Ein durch die Quantenzahlen $\nu = (I, I_z, Y)$ charakterisierter Basiszustand $\xi_\nu^{\{\mu\}}$ der irreduziblen Darstellung⁵ $\{\mu\}$ von $SU(3)$ verhält sich unter einer $SU(3)$ -Transformation α gemäß:

$$\xi_\nu^{\{\mu\}} \xrightarrow{\alpha} U(\alpha)\xi_\nu^{\{\mu\}} = \sum_{\nu'} D_{\nu'\nu}^{\{\mu\}}(\alpha)\xi_{\nu'}^{\{\mu\}} \quad . \quad (3.55)$$

Der hermitesch konjugierte Basiszustand $\xi_\nu^{\{\mu\}\dagger}$ gehört im allgemeinen nicht zur Darstellung $\{\mu\}$, sondern ist proportional zum Basiszustand $\xi_{-\nu}^{\{\mu^*\}}$ der konjugierten Darstellung $\{\mu^*\}$. Hier und im folgenden wird zur Abkürzung $-\nu := (I, -I_z, -Y)$ verwendet. In der Phasenkonvention von de Swart [11] lautet der Proportionalitätsfaktor:

$$\xi_\nu^{\{\mu\}\dagger} = (-1)^{Q(\nu)}\xi_{-\nu}^{\{\mu^*\}} \quad (3.56)$$

mit der „Ladung“ $Q(\nu) = I_z + Y/2$. Aus dem Transformationsverhalten von $\xi_\nu^{\{\mu^*\}}$,

$$\xi_\nu^{\{\mu^*\}} \xrightarrow{\alpha} U(\alpha)\xi_\nu^{\{\mu^*\}} = \sum_{\nu'} D_{\nu'\nu}^{\{\mu^*\}}(\alpha)\xi_{\nu'}^{\{\mu^*\}} \quad , \quad (3.57)$$

⁵Eine irreduzible Darstellung $\{\mu\}$ wird durch die Anzahl μ der in ihr enthaltenen Basiszustände charakterisiert. Die zu ihr konjugierte Darstellung wird mit $\{\mu^*\}$ bezeichnet.

und dem hermitesch konjugierten von Gl. 3.55 folgt:

$$D_{\nu'\nu}^{\{\mu^*\}}(\alpha) = (-1)^{Q(\nu)-Q(\nu')} D_{-\nu',-\nu}^{\{\mu\}}(\alpha)^* \quad (3.58)$$

Das Transformationsverhalten der Operatoren für die Erzeugung oder Vernichtung hadronischer $SU(3)$ -Eigenzustände folgt nun unmittelbar aus Gl. 3.55:

$$\begin{aligned} U(\alpha) |\xi_{\nu}^{\{\mu\}}\rangle &= U(\alpha) a_{\nu}^{\{\mu\}\dagger} U^{-1}(\alpha) U(\alpha) |0\rangle \stackrel{(3.55)}{=} \sum_{\nu'} D_{\nu'\nu}^{\{\mu\}}(\alpha) a_{\nu'}^{\{\mu\}\dagger} |0\rangle \\ &\Rightarrow U(\alpha) a_{\nu}^{\{\mu\}\dagger} U^{-1}(\alpha) = \sum_{\nu'} D_{\nu'\nu}^{\{\mu\}}(\alpha) a_{\nu'}^{\{\mu\}\dagger} \end{aligned} \quad (3.59)$$

da der Vakuumzustand, $|0\rangle$, $SU(3)$ -invariant ist. Die Erzeugungsoperatoren für ein Teilchenmultiplett $\{\mu\}$ bilden also einen irreduziblen Tensoroperator vom Rang $\{\mu\}$ [11]. Aus dem hermitesch konjugierten von Gl. 3.59 folgt entsprechend:

$$U(\alpha) a_{\nu}^{\{\mu\}} U^{-1}(\alpha) = \sum_{\nu'} D_{\nu'\nu}^{\{\mu\}}(\alpha)^* a_{\nu'}^{\{\mu\}} \quad (3.60)$$

Die Vernichtungsoperatoren bilden also keinen Tensoroperator. Um Feldoperatoren mit einem definierten Transformationsverhalten konstruieren zu können, werden daher die Operatoren

$$\tilde{a}_{\nu}^{\{\mu\}} := (-1)^{Q(\nu)} a_{-\nu}^{\{\mu\}} \quad (3.61)$$

eingeführt, die sich aufgrund von Gl. 3.58 wie ein Tensoroperator vom Rang $\{\mu^*\}$ transformieren:

$$U(\alpha) \tilde{a}_{\nu}^{\{\mu\}} U^{-1}(\alpha) = \sum_{\nu'} D_{\nu'\nu}^{\{\mu^*\}}(\alpha) \tilde{a}_{\nu'}^{\{\mu\}} \quad (3.62)$$

Ist ein Baryon Mitglied des Baryonmultiplikts $\{\mu\}$, so gehört sein Antiteilchen zum Antibaryonmultiplikts $\{\mu^*\}$. Baryonen und Antibaryonen gehören also verschiedenen Multiplikts an. Daher muß zwischen den Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren der Baryonen ($b_{\nu}^{\{\mu\}\dagger}, \tilde{b}_{\nu}^{\{\mu\}}$) und denen der Antibaryonen ($d_{\nu}^{\{\mu^*\}\dagger}, \tilde{d}_{\nu}^{\{\mu^*\}}$) unterschieden werden. Die baryonischen Feldoperatoren werden nun wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \psi_{\nu}^{\{\mu\}} &= \not\!\!\!\int \dots \left[\tilde{b}_{\nu}^{\{\mu\}} \dots + d_{\nu}^{\{\mu^*\}\dagger} \dots \right] \\ &= \not\!\!\!\int \dots \left[(-1)^{Q(\nu)} b_{-\nu}^{\{\mu\}} \dots + d_{\nu}^{\{\mu^*\}\dagger} \dots \right] \end{aligned} \quad (3.63)$$

Die Spin-Impuls-Anteile sind hierbei durch die Auslassungspunkte angedeutet. Bis auf eine Phase vernichtet $\psi_{\nu}^{\{\mu\}}$ ein Baryon mit den Quantenzahlen $-\nu$ und erzeugt ein Antibaryon mit den Quantenzahlen ν . Der Feldoperator $\psi_{\nu}^{\{\mu\}}$ transformiert sich aufgrund der Gl'n. 3.60, 3.62 mit der konjugierten Darstellung $\{\mu^*\}$:

$$U(\alpha) \psi_{\nu}^{\{\mu\}} U^{-1}(\alpha) = \sum_{\nu'} D_{\nu'\nu}^{\{\mu^*\}}(\alpha) \psi_{\nu'}^{\{\mu\}} \quad (3.64)$$

Die entsprechenden Feldoperatoren für die Erzeugung eines Baryons mit den Quantenzahlen ν , die sich mit der Darstellung $\{\mu\}$ transformieren, lauten:

$$\hat{\psi}_{\nu}^{\{\mu\}} = (-1)^{Q(\nu)} \psi_{-\nu}^{\{\mu\}^\dagger} = \sum \dots \left[b_{\nu}^{\{\mu\}^\dagger} \dots + (-1)^{Q(\nu)} d_{-\nu}^{\{\mu^*\}} \dots \right] \quad (3.65)$$

Im Falle der Mesonen befinden sich Teilchen und Antiteilchen jeweils im gleichen $SU(3)$ -Multipllett $\{\mu\}$. Die Darstellung $\{\mu\}$ ist daher immer reell [60], d.h. $\{\mu\}$ und die komplex konjugierte Darstellung $\{\mu^*\}$ sind äquivalent. Tatsächlich folgt im naiven $SU(3)$ -Quarkmodell, in dem die Mesonen als Quark-Antiquark-Zustände interpretiert werden, daß die leichten Mesonen wegen $\{3\} \otimes \{\bar{3}\} = \{8\} \oplus \{1\}$ immer in Nonetts, gebildet aus einem $SU(3)$ -Singulett $\{1\}$ und einem Oktett $\{8\}$, auftreten. Die mesonischen Feldoperatoren, die vom $SU(3)$ -Gesichtspunkt nicht mehr in Teilchen- und Antiteilchen-Feldoperatoren unterschieden werden können, werden nun entsprechend Gl. 3.63 definiert:

$$\phi_{\nu}^{\{\mu\}} = \sum \dots \left[(-1)^{Q(\nu)} a_{-\nu}^{\{\mu\}} \dots + a_{\nu}^{\{\mu\}^\dagger} \dots \right] \quad (3.66)$$

Die $SU(3)$ -invariante Kopplung dreier Multipletts

Der Wechselwirkungsanteil der Lagrangedichten dient, wie im vorigen Abschnitt diskutiert, als Ausgangspunkt für die Konstruktion der hadronischen Vertizes. Soll die Wechselwirkung zwischen den Hadronen also $SU(3)$ -invariant sein, so muß der Wechselwirkungsanteil der Lagrangedichte ein $SU(3)$ -Skalar sein. Die Kopplung der jeweiligen hadronischen Multipletts bzw. der entsprechenden Feldoperatoren zu einem $SU(3)$ -Singulett läßt sich aber mittels der $SU(3)$ Clebsch-Gordan-Koeffizienten $\begin{pmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 \\ \nu_1 & \nu_2 & \nu_3 \end{pmatrix}$, wie sie in Ref. [11] im Rahmen des Oktettmodells diskutiert werden, problemlos bewerkstelligen. Als Beispiel sei im folgenden die Kopplung eines Mesonmultipletts $\{\mu_M\}$ an die beiden Baryonenmultipletts $\{\mu_1\}$ und $\{\mu_2\}$ untersucht.

Berücksichtigt man das Transformationsverhalten der hadronischen Feldoperatoren (s. Gl. 3.64), so lautet die $SU(3)$ -invariante Kopplung der drei Multipletts:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \sum_{\tilde{\mu}, \gamma} g_{\{\tilde{\mu}, \gamma\}} \sum_{\nu_1, \nu_2, \nu_M, \tilde{\nu}} \underbrace{\begin{pmatrix} \mu_1 & \mu_2^* & \tilde{\mu}_\gamma \\ \nu_1 & \nu_2 & \tilde{\nu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mu} & \mu_M & 1 \\ \tilde{\nu} & \nu_M & 0 \end{pmatrix}}_{\propto \delta_{\tilde{\mu}\mu_M^*} \delta_{\tilde{\nu}, -\nu_M}} \hat{\psi}_{\nu_1}^{\{\mu_1\}} \psi_{\nu_2}^{\{\mu_2\}} \phi_{\nu_M}^{\{\mu_M\}} \\ &= \sum_{\gamma} g_{\gamma} \sum_{\nu_1, \nu_2, \nu_M} \begin{pmatrix} \mu_1 & \mu_2^* & \mu_M^* \\ \nu_1 & \nu_2 & -\nu_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_M^* & \mu_M & 1 \\ -\nu_M & \nu_M & 0 \end{pmatrix} \hat{\psi}_{\nu_1}^{\{\mu_1\}} \psi_{\nu_2}^{\{\mu_2\}} \phi_{\nu_M}^{\{\mu_M\}} \quad (3.67) \end{aligned}$$

Für den Fall, daß bei der Zerlegung des Produktes $\{\mu_1\} \otimes \{\mu_2^*\}$ in die direkte Summe irreduzibler Darstellungen das Multiplett $\{\mu_M^*\}$ mehrfach als Summand auftritt, unterscheidet der Index γ zwischen den verschiedenen Kopplungen.

Aus den Symmetrierelationen der $SU(3)$ -Clebsch-Gordan-Koeffizienten [11] kann folgende Relation abgeleitet werden:

$$\begin{pmatrix} \mu_M^* & \mu_M & 1 \\ -\nu_M & \nu_M & 0 \end{pmatrix} = (-1)^{I_M^H - Y_M^H/2} (-1)^{Q(\nu_M)} (N_{\mu_M})^{-1/2} \\ = \begin{cases} 1 & \text{falls } \mu_M = 1 \\ -(-1)^{Q(\nu_M)}/\sqrt{8} & \text{falls } \mu_M = 8 \end{cases}, \quad (3.68)$$

wobei I_M^H, Y_M^H die Eigenwerte des Eigenzustandes mit dem größten I_z -Wert innerhalb des Multipletts $\{\mu_M\}$ sind [11] und N_{μ_M} die Dimension von $\{\mu_M\}$ angibt. Der konstante Faktor in Gl. 3.68 wird durch die Substitution

$$\tilde{g}_\gamma := \frac{(-1)^{I_M^H - Y_M^H/2}}{\sqrt{N_{\mu_M}}} g_\gamma \quad (3.69)$$

absorbiert. Berücksichtigt man schließlich noch, daß die $SU(3)$ -Clebsch-Gordan-Koeffizienten in einen sogenannten isoskalaren Faktor (s. Ref. [11]) und einen $SU(2)$ -Clebsch-Gordan-Koeffizienten aufgespalten werden können,

$$\begin{pmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 \\ \nu_1 & \nu_2 & \nu_3 \end{pmatrix} = \langle I_1 I_2 (I_1)_z (I_2)_z | I_3 (I_3)_z \rangle \begin{pmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 \\ I_1 Y_1 & I_2 Y_2 & I_3 Y_3 \end{pmatrix}, \quad (3.70)$$

erhält man für die $SU(3)$ -invariante Lagrangedichte:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \sum_\gamma \tilde{g}_\gamma \sum_{\nu_1, \nu_2, \nu_M} (-1)^{Q(\nu_M)} \begin{pmatrix} \mu_1 & \mu_2^* & \mu_{M\gamma}^* \\ \nu_1 & \nu_2 & -\nu_M \end{pmatrix} \hat{\psi}_{\nu_1}^{\{\mu_1\}} \psi_{\nu_2}^{\{\mu_2\}} \phi_{\nu_M}^{\{\mu_M\}} \\ &= \sum_\gamma \tilde{g}_\gamma \sum_{\substack{I_1, I_2, I_M \\ Y_1, Y_2, Y_M}} \begin{pmatrix} \mu_1 & \mu_2^* & \mu_{M\gamma}^* \\ I_1 Y_1 & I_2 Y_2 & I_M - Y_M \end{pmatrix} \tilde{\mathcal{L}}(I_1 Y_1, I_2 Y_2, I_M Y_M) \end{aligned} \quad (3.71)$$

mit

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{L}}(I_1 Y_1, I_2 Y_2, I_M Y_M) &= \\ &= \sum_{(I_1)_z (I_2)_z (I_M)_z} (-1)^{Q(\nu_M)} \langle I_1 I_2 (I_1)_z (I_2)_z | I_M - (I_M)_z \rangle \hat{\psi}_{\nu_1}^{\{\mu_1\}} \psi_{\nu_2}^{\{\mu_2\}} \phi_{\nu_M}^{\{\mu_M\}} \end{aligned} \quad (3.72)$$

Die isoskalare Größe $\tilde{\mathcal{L}}(I_1 Y_1, I_2 Y_2, I_M Y_M)$ beschreibt die Isospin-invariante Kopplung der durch die Quantenzahlen I und Y charakterisierten Isospinmultipletts. Der Vorfaktor in Gl. 3.71 ergibt bis auf einen von \tilde{g}_1 und \tilde{g}_2 unabhängigen Faktor, der den üblichen Konventionen folgend aus $\tilde{\mathcal{L}}(I_1 Y_1, I_2 Y_2, I_M Y_M)$ herausgezogen wird, die entsprechende $SU(3)$ -Kopplungskonstante.

Kopplungskonstanten für die $8 \otimes 8 \otimes 8$ -Kopplung

Sei zunächst die Kopplung eines Mesonoktetts $\{8_M\}$ an zwei Baryonoktetts $\{8_B\}$ und $\{8_{B'}\}$ betrachtet. Die Zerlegung des Produktes zweier Oktetts in die direkte Summe irreduzibler Darstellungen,

$$\{8_B\} \otimes \{8_{B'}\} = \{27\} \oplus \{10\} \oplus \{10^*\} \oplus \{8_1\} \oplus \{8_2\} \oplus \{1\} \quad , \quad (3.73)$$

enthält zwei Oktettdarstellungen, von denen $\{8_1\}$ symmetrisch und $\{8_2\}$ antisymmetrisch unter Vertauschung der Basiszustände der Multipletts $\{8_B\}$ und $\{8_{B'}\}$ ist. Nur diese beiden Oktettdarstellungen des Baryonenstroms können mit dem Mesonoktett zu einem $SU(3)$ -Skalar koppeln.

Die Lagrangedichte aus Gl. 3.71 wird im folgenden beispielhaft für die Ankopplung des pseudoskalaren ($J^P = 0^-$) Mesonoktetts an den Baryonenstrom des $J^P = \frac{1}{2}^+$ -Oktetts $\{8_B\}$, das das Nukleon und die Hyperonen enthält, ausgewertet. Die Übertragung auf die Kopplung anderer Oktetts ist unmittelbar möglich. Berücksichtigt man, daß die Darstellung $\{8\}$ reell ist, $\{8\}$ und $\{8^*\}$ also äquivalent sind, so lautet Gl. 3.71 in dem hier betrachteten Fall:

$$\mathcal{L} = \sum_{\gamma=1,2} \tilde{g}_\gamma \sum_{\substack{I_1, I_2, I_M \\ Y_1, Y_2, Y_M}} \left(\begin{array}{cc|c} 8 & 8 & 8_\gamma \\ I_1 Y_1 & I_2 Y_2 & I_M - Y_M \end{array} \right) \tilde{\mathcal{L}}(I_1 Y_1, I_2 Y_2, I_M Y_M) \quad (3.74)$$

mit

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{L}}(I_1 Y_1, I_2 Y_2, I_M Y_M) = \\ \sum_{(I_1)_z (I_2)_z (I_M)_z} (-1)^{Q(\nu_M)} \langle I_1 I_2 (I_1)_z (I_2)_z | I_M - (I_M)_z \rangle \hat{\psi}_{\nu_1}^{\{8_B\}} \psi_{\nu_2}^{\{8_B\}} \phi_{\nu_M}^{\{8_M\}} \quad . \end{aligned} \quad (3.75)$$

Ersetzt man die beiden Kopplungskonstanten \tilde{g}_1 und \tilde{g}_2 gemäß

$$\tilde{g}_1 = \sqrt{\frac{20}{3}} g (1 - \alpha) \quad , \quad \tilde{g}_2 = -\sqrt{12} g \alpha \quad , \quad (3.76)$$

so bezeichnet g gerade die $NN\pi$ -Kopplung (s.u.). Das sogenannte $F/(F+D)$ -Verhältnis⁶ α ist ein Maß für die relative Stärke der antisymmetrischen zur symmetrischen Kopplung.

Das Resultat der Auswertung von Gl. 3.74 wird üblicherweise in einer kompakten Schreibweise angegeben, in der die $SU(3)$ -Feldoperatoren eines Isospinmultipletts zu

⁶Setzt man $D = -\sqrt{3/20} \tilde{g}_1$ sowie $F = \tilde{g}_2/2\sqrt{3}$, so folgt $\alpha = F/(F+D)$.

Isospinoren zusammengefaßt werden. Die entsprechende Notation wird in Anhang G eingeführt. Das Ergebnis für die Lagrangedichte lautet:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{B'Bp} = & g_{NN\pi}(N^\dagger \vec{\tau} N) \cdot \vec{\pi} & + & g_{NN\eta_8}(N^\dagger N)\eta_8 \\
& + g_{\Lambda NK} [(N^\dagger K)\Lambda + \Lambda^\dagger (K^\dagger N)] & + & g_{\Sigma NK} [(N^\dagger \vec{\tau} K) \cdot \vec{\Sigma} + \vec{\Sigma}^\dagger \cdot (K^\dagger \vec{\tau} N)] \\
& + g_{\Sigma \Lambda \pi} [\vec{\Sigma}^\dagger \cdot \vec{\pi} \Lambda + \Lambda^\dagger \vec{\Sigma} \cdot \vec{\pi}] & - & i g_{\Sigma \Sigma \pi} (\vec{\Sigma}^\dagger \times \vec{\Sigma}) \cdot \vec{\pi} \\
& + g_{\Lambda \Lambda \eta_8} \Lambda^\dagger \Lambda \eta_8 & + & g_{\Sigma \Sigma \eta_8} \vec{\Sigma}^\dagger \cdot \vec{\Sigma} \eta_8 \\
& + g_{\Xi \Lambda K} [\Lambda^\dagger (\bar{K}^\dagger \Xi) + (\Xi^\dagger \bar{K}) \Lambda] & + & g_{\Xi \Sigma K} [\vec{\Sigma}^\dagger \cdot (\bar{K}^\dagger \vec{\tau} \Xi) + (\Xi^\dagger \vec{\tau} \bar{K}) \cdot \vec{\Sigma}] \\
& + g_{\Xi \Xi \pi} (\Xi^\dagger \vec{\tau} \Xi) \cdot \vec{\pi} & + & g_{\Xi \Xi \eta_8} (\Xi^\dagger \Xi) \eta_8 ,
\end{aligned} \tag{3.77}$$

wobei die Kopplungskonstanten gegeben sind durch:

$$\begin{aligned}
g_{NN\pi} &= g , & g_{NN\eta_8} &= \frac{1}{\sqrt{3}} g(4\alpha - 1) , \\
g_{\Lambda NK} &= -\frac{1}{\sqrt{3}} g(1 + 2\alpha) , & g_{\Sigma NK} &= g(1 - 2\alpha) , \\
g_{\Sigma \Lambda \pi} &= \frac{2}{\sqrt{3}} g(1 - \alpha) , & g_{\Sigma \Sigma \pi} &= 2g\alpha , \\
g_{\Lambda \Lambda \eta_8} &= -\frac{2}{\sqrt{3}} g(1 - \alpha) , & g_{\Sigma \Sigma \eta_8} &= \frac{2}{\sqrt{3}} g(1 - \alpha) , \\
g_{\Xi \Lambda K} &= \frac{1}{\sqrt{3}} g(4\alpha - 1) , & g_{\Xi \Sigma K} &= -g , \\
g_{\Xi \Xi \pi} &= -g(1 - 2\alpha) , & g_{\Xi \Xi \eta_8} &= -\frac{1}{\sqrt{3}} g(1 + 2\alpha) .
\end{aligned} \tag{3.78}$$

In diesen Relationen ist η_8 der $SU(3)$ -Eigenzustand im Mesonenoktett mit den Quantenzahlen $I = I_z = Y = 0$. Die gleichen Quantenzahlen besitzt der Zustand η_1 in dem $SU(3)$ -Singulett, das dem Mesonenoktett zugeordnet ist. Nun wird die $SU(3)_{flavor}$ -Symmetrie bereits durch die starke Wechselwirkung gebrochen. Die Isospinsymmetrie wird dadurch jedoch nicht berührt und die Hyperladung bleibt eine gute Quantenzahl der starken Wechselwirkung. Aufgrund des symmetriebrechenden Anteils der starken Wechselwirkung können daher Zustände wie η_1 und η_8 , die sich in verschiedenen $SU(3)$ -Multipletts befinden, ansonsten aber identische Quantenzahlen besitzen, miteinander mischen. Die physikalischen Mesonen η und η' ergeben sich somit als Linearkombinationen der $SU(3)$ -Eigenzustände:

$$\begin{aligned}
|\eta\rangle &= \cos \theta_p |\eta_8\rangle - \sin \theta_p |\eta_1\rangle , \\
|\eta'\rangle &= \sin \theta_p |\eta_8\rangle + \cos \theta_p |\eta_1\rangle .
\end{aligned} \tag{3.79}$$

Der Mischungswinkel θ_p kann aus den Massen der im pseudoskalaren Nonett enthaltenen Mesonen bestimmt werden [61]. Je nachdem, ob man dabei von einem linearen oder quadratischen Zusammenhang zwischen den Teilchenmassen ausgeht, ergeben sich unterschiedliche Mischungswinkel [15]:

$$\theta_p = \begin{cases} -23.0^\circ & \text{linear} \\ -10.1^\circ & \text{quadratisch} \end{cases} . \tag{3.80}$$

Die Kopplungskonstanten des Singulettzustands η_1 ergeben sich aus der analog zur obigen Rechnung durchgeführten Behandlung der $8 \otimes 8 \otimes 1$ -Kopplung. Es zeigt sich, daß der Singulettzustand η_1 universell, d.h. mit gleicher Stärke, an die möglichen Baryonenströme ankoppelt:

$$\mathcal{L} = g_1 \left(N^\dagger N + \Lambda^\dagger \Lambda + \bar{\Sigma}^\dagger \cdot \bar{\Sigma} + \Xi^\dagger \Xi \right) \eta_1 \quad . \quad (3.81)$$

Für die Kopplungskonstanten der beiden physikalischen Mesonen η und η' mit dem Baryon B gilt eine Gl. 3.79 entsprechende Relation:

$$\begin{aligned} g_{BB\eta} &= \cos \theta_p g_{BB\eta_8} - \sin \theta_p g_1 \quad , \\ g_{BB\eta'} &= \sin \theta_p g_{BB\eta_8} + \cos \theta_p g_1 \quad . \end{aligned} \quad (3.82)$$

Zusammenfassend kann also festgehalten werden, daß die Ankopplung eines Mesonnonetts an den Strom eines Baryonenoktetts im Rahmen der $SU(3)$ -Symmetrie durch vier Parameter beschrieben wird:

- die Singulett-Kopplungsstärke g_1 ,
- die Oktett-Kopplungsstärke g_8 ,
- das $F/(F + D)$ -Verhältnis α zwischen symmetrischer und antisymmetrischer Oktettkopplung,
- der Mischungswinkel θ zwischen dem isoskalaren Singulett- und dem isoskalaren Oktettzustand.

Die Übertragung der hier abgeleiteten Ergebnisse von den pseudoskalaren Mesonen auf die Vektormesonen ist durch die Ersetzung

$$\pi \rightarrow \rho, \quad K \rightarrow K^*, \quad \eta \rightarrow \phi, \quad \eta' \rightarrow \omega \quad (3.83)$$

unmittelbar möglich. Im Falle der Vektormesonen enthält die Lagrangedichte 3.27, die die Ankopplung an das Baryonenoktett beschreibt, allerdings zwei Kopplungskonstanten: die Vektorkopplung g und die Tensorkopplung f . Neben der kanonischen Annahme, daß die Vektor- und die Tensorkopplungen jeweils getrennten $SU(3)$ -Relationen genügen [6, 8], existieren in der Literatur auch Modelle [7, 9], die die „elektrische“ Kopplung g und die „magnetische“ Kopplung $G = g + f$ den $SU(3)$ -Relationen unterwerfen. Letztere Annahme wird durch die erfolgreiche Beschreibung [62] der magnetischen Momente der Baryonen im Rahmen der $SU(6)$ -Symmetrie motiviert. Tatsächlich sind beide Ansätze in gewisser Weise äquivalent [10]: bei vorgegebenen $SU(3)$ -Parametern⁷ (f_1, f_8, α_v^f) der Tensorkopplung

⁷Der Mischungswinkel θ_v ist durch die Massen der Vektormesonen bestimmt.

können die $SU(3)$ -Parameter (G_1, G_8, α_v^m) der magnetischen Kopplung so gewählt werden, daß die mit beiden Ansätzen generierten Tensorkopplungen $f = G - g$ übereinstimmen [10].

Im naiven Quarkmodell werden die Wellenfunktionen der leichten Hadronen (im Grundzustand verschwindende Bahndrehimpulse) aus den Spin-, Flavor- und Color-Freiheitsgraden der Valenzquarks konstruiert. Während die $SU(3)_{color}$ -Symmetrie in sich abgeschlossen ist, da die Color-Wellenfunktionen aufgrund des Confinements der QCD immer zu einem Color-Singulett koppeln, mischen die $SU(3)_{flavor}$ - und die $SU(2)_{spin}$ -Symmetrie. Dadurch gelangt man zur $SU(6) = SU(3)_{flavor} \otimes SU(2)_{spin}$ -Symmetrie [12]. Im Rahmen der $SU(6)$ -Symmetrie lassen sich nun die in der $SU(3)_{flavor}$ -Symmetrie als freie Parameter eingeführten $F/(F + D)$ -Verhältnisse der verschiedenen Mesonennonetts vorhersagen. Im einzelnen erhält man [12]:

$$\alpha_p = 0.4, \quad \alpha_v^e = 1, \quad \alpha_v^m = 0.4 \quad . \quad (3.84)$$

Der Wert $\alpha_v^e = 1$ entspricht der Annahme der universellen elektrischen Kopplung des ρ -Mesons an den Isospinstrom [63].

Kopplungskonstanten für die $8 \otimes 10^* \otimes 8$ -Kopplung

Die Behandlung der $SU(3)$ -invarianten Kopplung eines Mesonenoktetts $\{8_M\}$ an den Übergangstrom von einem Baryonendekuplett $\{10_D\}$ (dessen Feldoperatoren $\psi_{\nu}^{\{10_D\}}$ sich nach Gl. 3.64 mit der Darstellung $\{10^*\}$ transformieren) zu einem Baryonenoktett $\{8_B\}$ gestaltet sich etwas einfacher als im vorausgegangenen Fall. Die Zerlegung des Produktes

$$\{8_B\} \otimes \{10_D^*\} = \{35^*\} \oplus \{27\} \oplus \{10^*\} \oplus \{8\} \quad (3.85)$$

in die direkte Summe irreduzibler Darstellungen enthält nämlich nur ein Oktett, das dann mit dem Mesonenoktett $\{8_M\}$ zu einem $SU(3)$ -Skalar koppelt. Aus diesem Grund tritt bei der $8 \otimes 10^* \otimes 8$ -Kopplung kein $F/(F + D)$ -Verhältnis als Parameter auf. Der Zerlegung 3.85 entnimmt man ferner, daß das Meson im $SU(3)$ -Singulett nicht an den $\{8_B\} \otimes \{10_D^*\}$ -Übergangstrom ankoppeln kann.

Die $SU(3)$ -invariante Lagrangedichte aus Gl. 3.71 lautet nun:

$$\mathcal{L} = \tilde{g} \sum_{\substack{I_1, I_2, I_M \\ Y_1, Y_2, Y_M}} \left(\begin{array}{cc|c} 8 & 10^* & 8 \\ I_1 Y_1 & I_2 Y_2 & I_M - Y_M \end{array} \right) \tilde{\mathcal{L}}(I_1 Y_1, I_2 Y_2, I_M Y_M) \quad (3.86)$$

mit

$$\begin{aligned} & \tilde{\mathcal{L}}(I_1 Y_1, I_2 Y_2, I_M Y_M) = \\ & = \sum_{(I_1)_z (I_2)_z (I_M)_z} (-1)^{Q(\nu_M)} \langle I_1 I_2 (I_1)_z (I_2)_z | I_M - (I_M)_z \rangle \hat{\psi}_{\nu_1}^{\{8_B\}} \hat{\psi}_{\nu_2}^{\{10_D\}} \phi_{\nu_M}^{\{8_M\}} \quad . \end{aligned} \quad (3.87)$$

Mit der Symmetrierelation der isoskalaren Faktoren [11],

$$\left(\begin{array}{cc|c} 8 & 10^* & 8_\gamma \\ I_1 Y_1 & I_2 Y_2 & I_M - Y_M \end{array} \right) = -(-1)^{I_1+I_2-I_M} \left(\begin{array}{cc|c} 8 & 10 & 8 \\ I_1 - Y_1 & I_2 - Y_2 & I_M Y_M \end{array} \right), \quad (3.88)$$

und der Ersetzung

$$f := \sqrt{2/5} \tilde{g} \quad (3.89)$$

ergibt sich für \mathcal{L} nach einiger Rechnung der folgende Ausdruck (s. auch Anhang G):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{DBp} = & f_{N\Delta\pi} (N^\dagger \vec{T} \Delta) \cdot \vec{\pi} \\ & + f_{NY^*K} (N^\dagger \vec{\tau} K) \cdot \vec{Y}^* + f_{\Sigma\Delta K} \vec{\Sigma}^\dagger \cdot (K^\dagger \vec{T} \Delta) \\ & + f_{\Lambda Y^*\pi} \Lambda^\dagger \vec{Y}^* \cdot \vec{\pi} - i f_{\Sigma Y^*\pi} (\vec{\Sigma}^\dagger \times \vec{Y}^*) \cdot \vec{\pi} + f_{\Sigma Y^*\eta_8} \vec{\Sigma}^\dagger \cdot \vec{Y}^* \eta_8 \\ & + f_{\Lambda \Xi^* K} \Lambda^\dagger (\vec{K}^\dagger \Xi^*) + f_{\Sigma \Xi^* K} \vec{\Sigma}^\dagger \cdot (\vec{K}^\dagger \vec{\tau} \Xi^*) + f_{\Xi Y^* K} (\Xi^\dagger \vec{\tau} \vec{K}) \cdot \vec{Y}^* \\ & + f_{\Xi \Xi^* \pi} (\Xi^\dagger \vec{\tau} \Xi^*) \cdot \vec{\pi} + f_{\Xi \Xi^* \eta_8} (\Xi^\dagger \Xi^*) \eta_8 \\ & + f_{\Xi \Omega K} (\Xi^\dagger K) \Omega \\ & + h.c. \end{aligned} \quad (3.90)$$

mit den Kopplungskonstanten

$$\begin{aligned} f_{N\Delta\pi} &= f, \\ f_{NY^*K} &= -f/\sqrt{6}, \quad f_{\Sigma\Delta K} = -f, \\ f_{\Lambda Y^*\pi} &= f/\sqrt{2}, \quad f_{\Sigma Y^*\pi} = -f/\sqrt{6}, \quad f_{\Sigma Y^*\eta_8} = -f/\sqrt{2}, \\ f_{\Lambda \Xi^* K} &= f/\sqrt{2}, \quad f_{\Sigma \Xi^* K} = f/\sqrt{6}, \quad f_{\Xi Y^* K} = -f/\sqrt{6}, \\ f_{\Xi \Xi^* \pi} &= -f/\sqrt{6}, \quad f_{\Xi \Xi^* \eta_8} = -f/\sqrt{2}, \\ f_{\Xi \Omega K} &= f. \end{aligned} \quad (3.91)$$

Isospinfaktoren

Berechnet man mit den derart abgeleiteten $SU(3)$ -Lagrangedichten 3.90 und 3.77 nun Übergangsamplituden zwischen Zuständen mit definiertem Gesamtisospin, so erhält man für den $SU(3)$ -Anteil der Amplituden das Produkt aus den Kopplungskonstanten an den auftretenden Vertizes mit dem Matrixelement der entsprechenden Isospinoren bzw. Feldoperatoren. Dieses Matrixelement liefert den sogenannten Isospinfaktor der Übergangsamplitude zu vorgegebenem Gesamtisospin. Wegen der in Anhang G eingeführten Phasen zwischen den Teilchen- und $SU(3)$ -Eigenzuständen ist bei der Rechnung mit den Isospinoren immer eine gewisse Vorsicht hinsichtlich der korrekten Behandlung der Phasen geboten. Daher werden die Isospinfaktoren im folgenden mit den Lagrangedichten in ihrer manifest $SU(3)$ -invarianten Form (Gl. 3.71) abgeleitet.

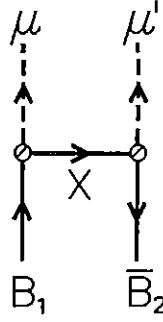


Abbildung 3.6: Austausch eines Oktettbaryons X in der $B_1\bar{B}_2 \rightarrow \mu\mu'$ Übergangsamplitude.

Zur Veranschaulichung seien im folgenden die Isospinfaktoren $T_{B_1\bar{B}_2 \rightarrow \mu\mu'}^X(I)$ für den Übergang eines Baryon-Antibaryon-Zustandes $B_1\bar{B}_2$ (mit $B_1, B_2 \in \{8_B\}$) in zwei Oktettmesonen $\mu\mu'$ unter Austausch eines Oktettbaryons $X \in \{8_B\}$ ausführlich betrachtet (s. Abb. 3.6). Die Isospinfaktoren der anderen in dieser Arbeit auftretenden Bornamplituden lassen sich ganz analog berechnen. Die beiden Vertices des Borngraphen in Abb. 3.6 seien durch die $SU(3)$ -Lagrangedichten \mathcal{L} und \mathcal{L}' beschrieben. Der Isospinfaktor folgt dann aus dem $SU(3)$ -Anteil des Ausdrucks

$$\begin{aligned} T_{B_1\bar{B}_2 \rightarrow \mu\mu'}^X(I) g_{B_1 X \mu} g_{B_2 X \mu'} &\equiv \langle \mu\mu', Im | (\mathcal{L}\mathcal{L}')_X | B_1\bar{B}_2, Im \rangle \\ &= \sum_{\substack{m_{B_1}, m_{B_2} \\ m_\mu, m_{\mu'}}} \langle I_{B_1} I_{\bar{B}_2} m_{B_1} m_{\bar{B}_2} | Im \rangle \langle I_\mu I_{\mu'} m_\mu m_{\mu'} | Im \rangle \\ &\quad \langle \mu I_\mu m_\mu, \mu' I_{\mu'} m_{\mu'} | (\mathcal{L}\mathcal{L}')_X | B_1 I_{B_1} m_{B_1}, \bar{B}_2 I_{\bar{B}_2} m_{\bar{B}_2} \rangle, \end{aligned} \quad (3.92)$$

wobei hier und im folgenden m die Projektion I_z des Gesamtisospins I bezeichne (entsprechend für die Isospins der Teilchen $I_{B_1}, I_{\bar{B}_2}, I_\mu, I_{\mu'}$). Die Kopplung der beiden Lagrangedichten \mathcal{L} und \mathcal{L}' erfolgt durch die Kontraktion der zum Isomultipllett des Austauschbaryons X gehörenden Feldoperatoren. Dies soll durch den Index X in $(\mathcal{L}\mathcal{L}')_X$ angedeutet werden.

Mit den Lagrangedichten aus Gl. 3.71 folgt für den $SU(3)$ -Anteil des Matrixelements von $\mathcal{L}\mathcal{L}'$ zwischen den Ein-Teilchen-Produktzuständen:

$$\begin{aligned} &\langle \mu I_\mu m_\mu, \mu' I_{\mu'} m_{\mu'} | \mathcal{L}\mathcal{L}' | B_1 I_{B_1} m_{B_1}, \bar{B}_2 I_{\bar{B}_2} m_{\bar{B}_2} \rangle \\ &= \sum_{\gamma\gamma'} \tilde{g}_\gamma \tilde{g}'_{\gamma'} \sum_{\substack{\nu_1, \nu_2, \nu \\ \nu'_1, \nu'_2, \nu'}} (-1)^{Q(\nu)+Q(\nu')} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_\gamma \\ \nu_1 & \nu_2 & -\nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_{\gamma'} \\ \nu'_1 & \nu'_2 & -\nu' \end{pmatrix} \\ &\quad \underbrace{\langle \mu I_\mu m_\mu, \mu' I_{\mu'} m_{\mu'} | \hat{\psi}_{\nu_1}^{\{8_B\}} \hat{\psi}_{\nu_2}^{\{8_B\}} \hat{\phi}_{\nu}^{\{8_M\}} \hat{\psi}_{\nu'_1}^{\{8_B\}} \hat{\psi}_{\nu'_2}^{\{8_B\}} \hat{\phi}_{\nu'}^{\{8_M\}} | B_1 I_{B_1} m_{B_1}, \bar{B}_2 I_{\bar{B}_2} m_{\bar{B}_2} \rangle}_{\delta_{\nu\nu_\mu} \delta_{\nu'\nu_{\mu'}} (-1)^{Q(\nu'_2)+Q(\nu_1)} \delta_{-\nu'_2\nu_{B_1}} \delta_{-\nu_1\nu_{B_2}} (-1)^{Q(\nu_2)} \delta_{-\nu_2\nu'_1}} \end{aligned}$$

$$= \sum_{\gamma\gamma'} \tilde{g}_\gamma \tilde{g}'_{\gamma'} \sum_{\nu'_1} (-1)^{Q(\nu'_1)} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_\gamma \\ -\nu_{\bar{B}_2} & -\nu'_1 & -\nu_{\mu'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_{\gamma'} \\ \nu'_1 & -\nu_{B_1} & -\nu_\mu \end{pmatrix} \quad (3.93)$$

unter Berücksichtigung der Ladungserhaltung $Q(\nu_\mu) + Q(\nu_{\mu'}) = Q(\nu_{B_1}) + Q(\nu_{\bar{B}_2})$. Zur Abkürzung ist wiederum $\nu_{B_1} = (I_{B_1}, m_{B_1}, Y_{B_1})$ (und entsprechend für die anderen Teilchen) gesetzt worden. Die Symmetrisierung der Amplituden für den Fall zweier identischer Mesonen $\mu \equiv \mu'$ kann an dieser Stelle außer Acht gelassen werden, da sie bereits im Spin-Impuls-Anteil durch entsprechende Auswahlregeln berücksichtigt sind (siehe z.B. Anhang B).

Der Ausdruck in Gl. 3.93 enthält noch die Summation über alle möglichen Austauschbaryonen aus dem Multiplett $\{8_B\}$. Um den Isospinfaktor für den in Abb. 3.6 gezeigten Prozeß berechnen zu können, wird daher die Summe über ν'_1 auf das Isospinmultiplett X eingeschränkt. Unter Ausnutzung der Symmetrierelationen der $SU(3)$ -Clebsch-Gordan-Koeffizienten ergibt sich damit für den Isospinfaktor aus Gl. 3.92:

$$T_{B_1 \bar{B}_2 \rightarrow \mu \mu'}^X(I) g_{B_1 X \mu} g_{B_2 X \mu'} = \sum_{\substack{m_{B_1}, m_{B_2} \\ m_\mu, m_{\mu'}}} \langle I_{B_1} I_{\bar{B}_2} m_{B_1} m_{\bar{B}_2} | Im \rangle \langle I_\mu I_{\mu'} m_\mu m_{\mu'} | Im \rangle \\ \sum_{\gamma\gamma'} \tilde{g}_\gamma \tilde{g}'_{\gamma'} \sum_{m_X} (-1)^{m_X + Y_X/2} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_\gamma \\ \nu_X & \nu_{\bar{B}_2} & \nu_{\mu'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_{\gamma'} \\ \nu_{B_1} & -\nu_X & \nu_\mu \end{pmatrix}. \quad (3.94)$$

Durch die Einführung der isoskalaren Faktoren ergibt sich schließlich:

$$T_{B_1 \bar{B}_2 \rightarrow \mu \mu'}^X(I) g_{B_1 X \mu} g_{B_2 X \mu'} = \left[(-1)^{I_{B_1} - I_\mu + Y_X/2} \sqrt{\frac{2I_\mu + 1}{2I_{B_1} + 1}} \right. \\ \sum_{\gamma\gamma'} \tilde{g}_\gamma \tilde{g}'_{\gamma'} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_\gamma \\ I_X Y_X & I_{\bar{B}_2} Y_{\bar{B}_2} & I_{\mu'} Y_{\mu'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_{\gamma'} \\ I_{B_1} Y_{B_1} & I_X - Y_X & I_\mu Y_\mu \end{pmatrix} \Bigg] \\ \times \left[\sum_{\substack{m_{B_1}, m_{B_2} \\ m_\mu, m_{\mu'}}} \langle I_{B_1} I_{\bar{B}_2} m_{B_1} m_{\bar{B}_2} | Im \rangle \langle I_\mu I_{\mu'} m_\mu m_{\mu'} | Im \rangle \right. \\ \left. \langle I_X I_{\bar{B}_2} (m_{B_1} - m_\mu) m_{\bar{B}_2} | I_{\mu'} m_{\mu'} \rangle \langle I_\mu I_X m_\mu (m_{B_1} - m_\mu) | I_{B_1} m_{B_1} \rangle \right]. \quad (3.95)$$

Der erste Faktor der rechten Seite von Gl. 3.95 ist bis auf einen konstanten Faktor gleich dem Produkt der Kopplungskonstanten $g_{B_1 X \mu} g_{B_2 X \mu'}$, das somit aus der Gleichung herausfällt.

Die auf diese Weise berechneten Isospinfaktoren der verschiedenen zu den $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden beitragenden Prozesse (s. Abb. 3.3) sind in Tab. 3.2 aufgelistet.

$B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$	Prozeß	$T(0)$	$T(1)$	$T(2)$
$N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$	N	$+\sqrt{6}$	$+2$	
	Δ	$+\sqrt{8/3}$	$-2/3$	
	ρ		-2	
$N\bar{N} \rightarrow K\bar{K}$	Λ	$+1$	$+1$	
	Σ, Y^*	$+3$	-1	
	ρ		-2	
$\Lambda\bar{\Lambda} \rightarrow \pi\pi$	Σ, Y^*	$-\sqrt{3}$		
$\Lambda\bar{\Lambda} \rightarrow K\bar{K}$	N	$-\sqrt{2}$		
	Ξ, Ξ^*	$-\sqrt{2}$		
$\Sigma\bar{\Sigma} \rightarrow \pi\pi$	Λ	$+1$	$+1$	$+1$
	Σ, Y^*	$+2$	$+1$	-1
	ρ		-2	
$\Sigma\bar{\Sigma} \rightarrow K\bar{K}$	N	$+\sqrt{6}$	-2	
	Δ	$+\sqrt{8/3}$	$+2/3$	
	Ξ, Ξ^*	$+\sqrt{6}$	$+2$	
	ρ		-2	
$\Lambda\bar{\Sigma} \rightarrow \pi\pi$	Σ, Y^*		$-\sqrt{2}$	
	ρ		$+\sqrt{2}$	
$\Lambda\bar{\Sigma} \rightarrow K\bar{K}$	N		$-\sqrt{2}$	
	Ξ, Ξ^*		$+\sqrt{2}$	
	ρ		$+\sqrt{2}$	
$\Xi\bar{\Xi} \rightarrow \pi\pi$	Ξ, Ξ^*	$-\sqrt{6}$	-2	
	ρ		$+2$	
$\Xi\bar{\Xi} \rightarrow K\bar{K}$	Λ	-1	$+1$	
	Σ, Y^*	-3	-1	
	Ω^-	-1	-1	
	ρ		$+2$	

Tabelle 3.2: Isospinfaktoren $T(I)$ für die verschiedenen in dieser Arbeit betrachteten $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden. Unter „Prozeß“ findet sich das jeweilige Austauschbaryon ($Y^* \equiv \Sigma(1385)$) oder aber ein ρ im Falle des ρ -Polgraphen.

Wie in Zusammenhang mit den Isospin-Crossing-Matrizen in Kapitel 2.6 bereits erläutert wurde, führt die Phasenkonvention des $SU(3)$ -Oktettmodells [11] im Falle des Nukleons zu dem „unüblichen“ Phasenfaktor $\eta_N = (-1)^{I_N - Y_N/2} = +1$ für die G -Paritätstransformation der Isospineigenzustände. Dieser Phasenfaktor geht nun linear in die Berechnung der Isospinfaktoren für die $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ -Amplituden ein. Daher weichen die in Tab. 3.2 gezeigten Isospinfaktoren der $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ -Amplituden im Vorzeichen von den üblicherweise in der Literatur verwendeten Werten [22, 24] ab. Aus dem gleichen Grund erhalten die Isospinfaktoren der $\Xi\bar{\Xi} \rightarrow \pi\pi$ -Amplituden obgleich von derselben Isospinstruktur wie die $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ -Amplituden wegen $\eta_\Xi = (-1)^{I_\Xi - Y_\Xi/2} = -1$ das entgegengesetzte Vorzeichen. Solange diese Phasen aber (wie in dieser Arbeit) konsistent gewählt werden, besitzen sie keinerlei physikalische Relevanz.

Schließlich sei noch bemerkt, daß die Reihenfolge der Teilchen bei der Angabe der Reaktionskanäle in Tab. 3.2 nicht ohne Bedeutung ist. Aus den Symmetrieeigenschaften der in Gl. 3.95 auftretenden Clebsch-Gordan-Koeffizienten folgt beispielsweise:

$$T_{B\bar{B}' \rightarrow K\bar{K}}^X(I) = (-1)^{1-I} T_{B\bar{B}' \rightarrow \bar{K}K}^X(I) \quad . \quad (3.96)$$

3.4 Die $\pi\pi - K\bar{K}$ Wechselwirkung

Die Korrelationen in den $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden werden in dieser Arbeit mit einem realistischen Modell der $\pi\pi - K\bar{K}$ Wechselwirkung generiert, das wie die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden auf dem Mesonaustauschbild basiert. Es handelt sich bei diesem $\pi\pi - K\bar{K}$ Wechselwirkungsmodell um eine modifizierte Version [29] des sogenannten Jülich $\pi\pi$ -Modells [25].

Ausgangspunkt des Modells sind effektive Lagrangedichten [25], die die verschiedenen mesonischen Kopplungen beschreiben. Die daraus abgeleiteten Bornamplituden für die elastischen $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Amplituden sowie die Übergangsamplituden $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$ sind in Abb. 3.7 dargestellt. Neben dem t -Kanal- (und im Falle von $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ auch dem u -Kanal-) Austausch der Vektormesonen ρ, ω, ϕ, K^* enthält das Modell den s -Kanal-Austausch (Polgraph) des skalaren-isoskalaren Mesons ϵ , des Vektormesons ρ und des isoskalaren Tensormesons f_2 . Durch die Iteration in der Streugleichung werden diese Polbeiträge renormiert. Die Ausdrücke für die Bornamplituden enthalten daher nackte Massen und Kopplungskonstanten, die so gewählt werden, daß sich für die renormierten Werte gerade die physikalischen Massen und Kopplungsstärken der jeweiligen Resonanz ergeben. Die Iteration der Potentiale aus Abb. 3.7 erfolgt in einer gekoppelten Kanalrechnung gemäß der Vorschrift von Blankenbecler und Sugar [50] und ist daher in Übereinstimmung mit der Konstruktion der $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden in Abschnitt 3.2.

Unter Annahme von Standardwerten für die Mischungswinkel zwischen den Oktett- und Singulettanteilen der verschiedenen Mesonmultipletts stehen die Kopplungskonstanten an den einzelnen Vertizes über $SU(3)$ -Relationen miteinander in Beziehung [25]. Insbesondere folgt im rein mesonischen Bereich die Universalität der ρ -Kopplung (z.B. $g_{\pi\pi\rho} = 2g_{KK\rho}$) bereits aus der Erhaltung der G -Parität, die beispielsweise eine $\pi\pi\omega$ -Kopplung verbietet. Die eigentliche Annahme der universellen ρ -Kopplung [63] geht aber darüber hinaus, indem sie beispielsweise die Gleichheit von $g_{NN\rho}$ und $g_{KK\rho}$ fordert. Durch die in Abschnitt 3.3.3 gemachte Annahme der Universalität auch der nackten ρ -Kopplungen sind die „elektrischen“ Kopplungskonstanten $g_{B\bar{B}'\rho}^{(0)}$ in den ρ -Polgraphen der $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden also durch die in dem $\pi\pi - K\bar{K}$ Wechselwirkungsmodell verwendeten nackten ρ -Kopplungen eindeutig festgelegt.

In den Bornamplituden aus Abb. 3.7 trägt jeder Vertex einen Formfaktor. Die Parametrisierung der Formfaktoren ist exakt dieselbe wie bei den $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden in den Gln. 3.34 und 3.36 (Exponent des Formfaktors einheitlich $n = 2$), je nachdem ob es sich um einen s - oder t -Kanal-Austauschprozeß handelt. Die freien Parameter des $\pi\pi - K\bar{K}$ Wechselwirkungsmodells aus Ref. [29] wurden an die $\pi\pi$ -Streuphasen und -Inelastizitäten angepaßt und sind im Anhang H zusammengefaßt. Insgesamt ergibt sich eine recht gute Übereinstimmung mit den em-

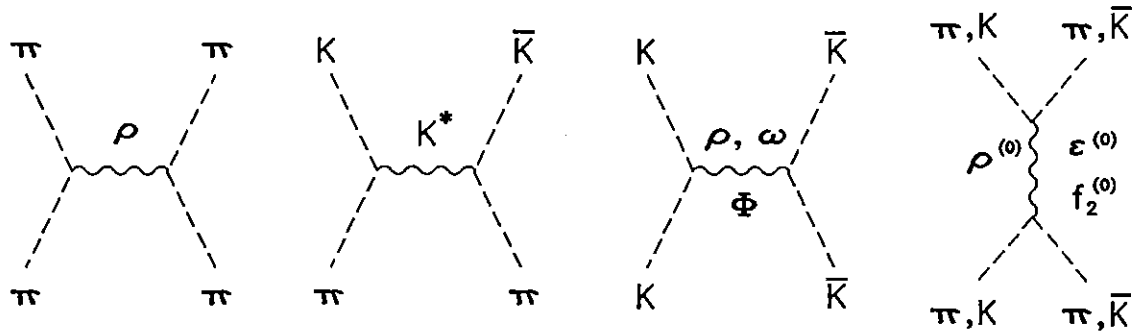


Abbildung 3.7: Bornamplituden des $\pi\pi - K\bar{K}$ Wechselwirkungsmodells.

pirischen Daten. In Abb. 3.8 sind die Ergebnisse in den beiden für diese Arbeit relevanten Partialwellen $JI = 00, 11$ dargestellt. Der ρ -Kanal ($JI = 11$) wird von der ρ -Resonanz bei 769MeV dominiert, die dem nichtresonanten Untergrund der t -Kanal-Austauschprozesse überlagert ist. Die Inelastizitäten im ρ -Kanal weichen in dem hier betrachteten Energieintervall nur geringfügig von 1 ab, so daß auf ihre Darstellung in Abb. 3.8 verzichtet wurde.

Im skalaren-isoskalaren Kanal sind die Verhältnisse aufgrund der Überlagerung verschiedener Phänomene etwas komplexer. Eine genaue Analyse [19] führt zu folgenden Ergebnissen: Bei kleinen Energien ($E \lesssim 500\text{MeV}$) wird die recht attraktive $JI = 00$ -Amplitude vom t - und u -Kanal- ρ -Austausch dominiert. Der Sprung der Phase δ_{00} knapp unterhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle, die bei 992MeV liegt, sowie der starke Einbruch der Inelastizität direkt an der $K\bar{K}$ -Schwelle wird durch einen Pol der Amplitude in diesem Energiebereich erzeugt. Dieser Pol kann mit dem skalaren $f_0(975)$ identifiziert werden. Die $K\bar{K}$ -Wechselwirkung ist im $JI = 00$ -Kanal stark attraktiv, da sich alle drei t -Kanal-Austauschprozesse (ρ -, ω -, ϕ -Austausch) konstruktiv überlagern. Diese starke Attraktion generiert bereits den f_0 -Pol, der daher nicht als eine genuine Resonanz, sondern als ein gebundener $K\bar{K}$ -Zustand im Kontinuum der $\pi\pi$ -Zustände zu interpretieren ist. Um die experimentellen Daten oberhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle beschreiben zu können, ist der s -Kanal-Austausch eines schweren skalaren Teilchens (ϵ) erforderlich. Daraus resultiert ein Pol bei ungefähr 1350MeV . Die Einführung des ϵ -Mesons dient gewissermaßen als eine effektive Parametrisierung der in diesem Energiebereich auftretenden skalaren-isoskalaren Resonanzen wie dem $f_0(1400)$ und dem $f_0(1590)$.

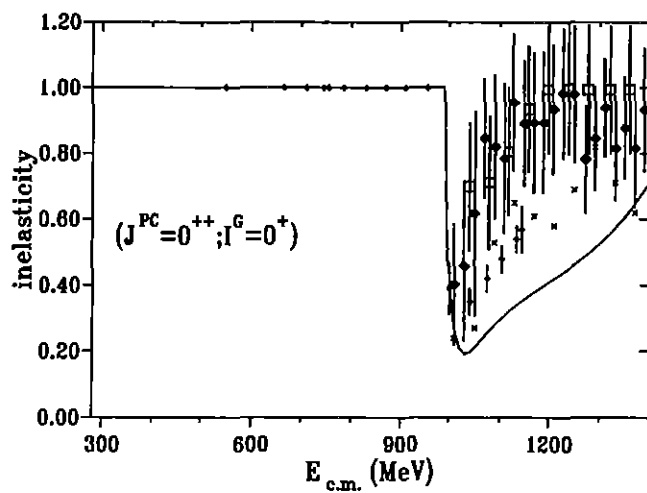
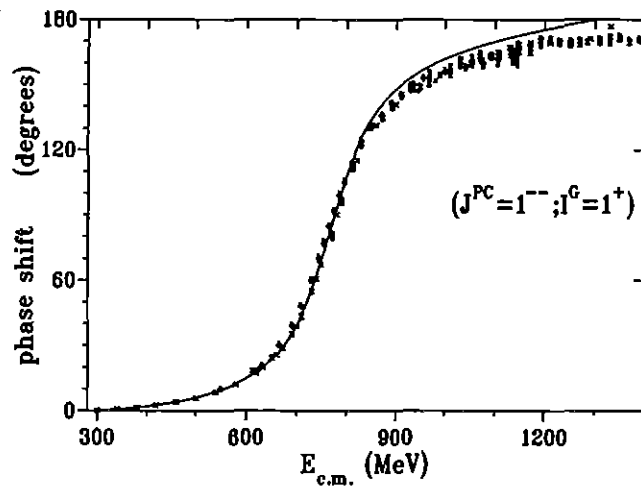
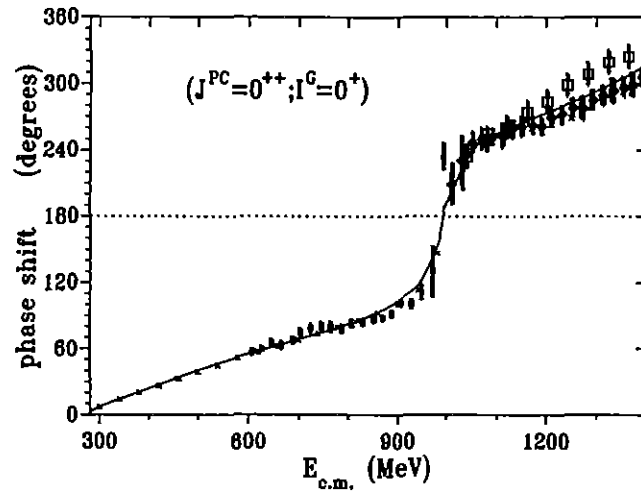


Abbildung 3.8: $\pi\pi$ -Streuphasen im σ - und ρ -Kanal sowie die entsprechenden Inelastizitäten im σ -Kanal. (Aus Ref. [28].)

Kapitel 4

Ergebnisse und Diskussion

Den Ausgangspunkt für die dispersionstheoretische Berechnung der $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschprozesse in der Baryon-Baryon-Wechselwirkung bildet das feldtheoretische Modell für die $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Amplituden im pseudophysikalischen Bereich. Die Anpassung der freien Parameter dieses Modells an die quasiempirischen $NN \rightarrow \pi\pi$ Amplituden [30, 31] wird im ersten Abschnitt dieses Kapitels beschrieben. Damit sind dann auch die Bornamplituden in den anderen Baryon-Antibaryon-Kanälen eindeutig festgelegt. Die einzelnen Beiträge zu den verschiedenen Bornamplituden sind im zweiten Abschnitt dargestellt.

Durch die Lösung der BbS-Streugleichung 3.20 ergeben sich im pseudophysikalischen Bereich die vollen $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Amplituden, die der Unitaritätsrelation 3.11 genügen. Anhand dieser Amplituden wird im dritten Abschnitt unter anderem die Bedeutung der $B\bar{B}' \rightarrow K\bar{K}$ Bornamplituden in den einzelnen Baryon-Antibaryon-Kanälen untersucht. Über die Unitaritätsrelation 2.30 liefern die Produkte der $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Amplituden die Diskontinuitäten der Baryon-Baryon-Amplituden entlang des $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Unitaritätscuts. Nach Subtraktion der unkorrelierten Beiträge ergeben sich daraus die Spektralfunktionen für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch, die im vierten Abschnitt besprochen werden. Anhand dieser Spektralfunktionen können bereits die charakteristischen Eigenschaften des korrelierten Austauschs in den verschiedenen Baryon-Baryon-Kanälen diskutiert werden.

Im letzten Abschnitt dieses Kapitels wird schließlich das vom korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch generierte Baryon-Baryon-Potential untersucht. Um den Vergleich zu vereinfachen, werden die Ergebnisse bis auf wenige Ausnahmen in Form der effektiven σ - und ρ -Kopplungsstärken angegeben. An den effektiven Kopplungsstärken wird auch die Abhängigkeit der Resultate vom Cutoff t'_{max} des Dispersionsintegrals und von den $SU(3)$ -Parametern demonstriert. Die übliche Approximation des korrelierten Austauschs im skalaren-isoskalaren Kanal durch den Austausch eines scharfen σ -Mesons wird anhand der On-shell-Potentiale im NN -Kanal kritisch beleuchtet.

Zum Abschluß werden die effektiven Kopplungsstärken des korrelierten Austauschs mit den entsprechenden Kopplungsstärken des σ - und ρ -Austauschs in den existierenden Mesonaustausch-Modellen der NN - und YN -Wechselwirkung verglichen.

4.1 Anpassung der freien Parameter

Wesentlich bei der Konstruktion des mikroskopischen Modells für die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden aus Kapitel 3 ist die Beschränkung auf eine möglichst geringe Anzahl freier Parameter, die sich durch die Anpassung an die quasiempirischen $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden [30, 31] festlegen lassen. Eine sinnvolle Beschreibung der anderen Baryon-Antibaryon-Kanäle, für die keinerlei empirische Daten existieren, ist nur auf diese Weise möglich. Zunächst ist daher zu klären, welche Parameter des Modells durch anderweitige Informationen fixiert werden können und welche Parameter zu Beginn tatsächlich unbestimmt sind.

Das $\pi\pi$ - $K\bar{K}$ -Wechselwirkungsmodell ist, wie in Abschnitt 3.4 skizziert wurde, separat entwickelt und an die existierenden $\pi\pi$ -Streuphasen angepaßt worden [29]. Hierdurch sind die Parameter (Kopplungskonstanten und Formfaktoren) der $\pi\pi\rho^{(0)}$ - und $KK\rho^{(0)}$ -Vertizes in den $\rho^{(0)}$ -Polgraphen eindeutig festgelegt. In dem Modell für die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden werden exakt die gleichen $\rho^{(0)}$ -Parameter wie im $\pi\pi$ - $K\bar{K}$ -Wechselwirkungsmodell verwendet, da nur auf diese Weise eine korrekte Regularisierung des $\rho^{(0)}$ -Pols durch die Iteration in der Streugleichung möglich ist. Nimmt man ferner an, daß das nackte $\rho^{(0)}$ -Meson universell an den Isospinstrom ankopple, so sind durch das $\pi\pi$ - $K\bar{K}$ Modell auch alle Vektorkopplungen $g_{BB'\rho}^{(0)}$ des $\rho^{(0)}$ -Mesons an den baryonischen Vertizes festgelegt. Die entsprechenden Tensorkopplungen $f_{BB'\rho}^{(0)}$ hingegen sind zunächst unbestimmt. Sie werden unter Annahme der $SU(3)$ -Symmetrie für die magnetischen Kopplungen¹ $G_{BB'\rho}^{(0)} = g_{BB'\rho}^{(0)} + f_{BB'\rho}^{(0)}$ durch zwei Parameter, die Kopplungskonstante $f_{NN\rho}^{(0)}$ (oder äquivalent $\kappa_\rho^{(0)} = f_{NN\rho}^{(0)}/g_{NN\rho}^{(0)}$) und das $F/(F+D)$ -Verhältnis α_v^m , eindeutig festgelegt.

Die Ankopplung der pseudoskalaren Mesonen π und K an die Oktettbaryonen wird im Rahmen der $SU(3)$ -Symmetrie ebenfalls durch zwei Parameter bestimmt: das $F/(F+D)$ -Verhältnis α_p sowie die Kopplungskonstante $g_{NN\pi}$. Letztere kann aus den Analysen der πN - und NN -Wechselwirkung auf ein gewisses Intervall eingeschränkt werden. In der neueren Literatur schwanken die Werte für $g_{NN\pi}^2/4\pi$ zwischen 13.5 [64, 65] und 14.4 [1]. Dem Modell von Pearce [28] für die $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden folgend wird in dieser Arbeit $g_{NN\pi}^2/4\pi = 14.3$ fest gewählt. Neben dem Parameter α_p besteht dann noch eine zusätzliche Freiheit darin, ob die $SU(3)$ -Symmetrie für die pseudoskalaren Kopplungskonstanten $g_{BB'\rho}$ oder die pseudovekto-

¹Die alternative Annahme der $SU(3)$ -Symmetrie für die Tensorkopplungen $f_{BB'\rho}^{(0)}$ ist bei geeignetem α_v^f hierzu äquivalent [10] (s. Kapitel 3.3.3).

riellen Kopplungen $f_{BB'p}$ angenommen wird, die über Gl. 3.23 miteinander in Beziehung stehen. Diese beiden Möglichkeiten sind nicht äquivalent, da wegen des Auftretens der $SU(3)$ brechenden Baryonmassen in der Relation 3.23 nicht beide Sätze von Kopplungskonstanten gleichzeitig $SU(3)$ -symmetrisch sein können. In dieser Arbeit wird die $SU(3)$ -Symmetrie zunächst für die pseudoskalaren Kopplungskonstanten $g_{BB'p}$ angenommen. Anhand der Endergebnisse für den korrelierten Austausch wird dann der Einfluß der beiden Möglichkeiten diskutiert werden.

Die Kopplungen $f_{BD\mu}$ von π und K an den Übergangstrom zwischen Baryonoktett und Baryondekuplett schließlich sind bei Vorgabe von $f_{N\Delta\pi}$ durch die $SU(3)$ -Symmetrie eindeutig festgelegt. Wie in Ref. [28] wird hier für die $N\Delta\pi$ -Kopplung der aus der Δ -Breite bestimmte Wert von $f_{N\Delta\pi}^2/4\pi = 0.36$ verwendet.

Die Formfaktoren an den hadronischen Vertizes müssen, wie in Abschnitt 3.3.1 ausgeführt wurde, rein phänomenologisch behandelt werden. Um die Freiheiten bei der Parametrisierung der Formfaktoren in den Baryonaustauschprozessen möglichst gering zu halten, werden die Cutoff-Massen $\Lambda_{BX\mu}$ für die Austauschbaryonen X aus einem $SU(3)$ -Multipllett einheitlich gewählt. Die Parametrisierung der Formfaktoren wird daher durch zwei freie Parameter beschrieben: Λ_8 für ein Oktettbaryon als Austauscheteilchen und Λ_{10} im Falle eines ausgetauschten Dekuplett baryons. Die Exponenten der Formfaktoren, n_8 und n_{10} , müssen so gewählt werden, daß Amplituden mit großen Off-shell-Impulsen durch die Formfaktoren hinreichend stark unterdrückt werden, um so die Konvergenz der Streugleichung 3.20 zu gewährleisten. In dieser Arbeit wird in Übereinstimmung mit Ref. [28] $n_8 = 1$ und $n_{10} = 2$ verwendet. Wie in Zusammenhang mit der Lagrangedichte 3.24 erläutert wurde, stellt die relative Stärke x_Δ des Off-shell-Anteils der $(3/2)^+ \otimes (1/2)^+ \otimes 0^-$ -Kopplung schließlich noch einen weiteren freien Parameter des $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Modells dar.

Geht man nun über die $SU(3)$ -Symmetrie hinaus und verwendet die $SU(6)$ -Vorhersagen aus Gl. 3.84 für die $F/(F+D)$ -Verhältnisse α_p und α_v^m , so verbleiben insgesamt vier freie Parameter:

- die Tensorkopplung $f_{NN\rho}^{(0)} = \kappa_\rho^{(0)} g_{NN\rho}^{(0)}$ des nackten $\rho^{(0)}$ -Mesons,
- die relative Stärke x_Δ des Off-shell-Anteils der $(3/2)^+ \otimes (1/2)^+ \otimes 0^-$ -Kopplung,
- die Cutoff-Masse Λ_8 für einen $(1/2)^+ \otimes (1/2)^+ \otimes 0^-$ -Vertex,
- die Cutoff-Masse Λ_{10} für einen $(3/2)^+ \otimes (1/2)^+ \otimes 0^-$ -Vertex.

Die Parameter werden durch die Anpassung an die quasiempirischen $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden aus den Refn. [30, 31] festgelegt. Diese Amplituden liegen in Form der sogenannten Frazer-Fulco-Amplituden $f_\pm^J(t)$ vor, die bis auf kinematische Faktoren den partialwellenzerlegten Helizitätsamplituden aus Abschnitt 2.4 entsprechen. Die

kinematischen Faktoren sind gerade so gewählt, daß die $f_{\pm}^J(t)$ keine kinematischen Singularitäten mehr enthalten [66]. Der Zusammenhang lautet:

$$\begin{aligned} f_+^J(t) &= -\frac{1}{16\pi^2} \frac{qM_N}{(qk)^J} \langle \pi\pi | T^J(t) | N\bar{N}, ++ \rangle \times F^J, \\ f_-^J(t) &= -\frac{1}{8\pi^2} \frac{qM_N}{(qk)^J \sqrt{t}} \langle \pi\pi | T^J(t) | N\bar{N}, +- \rangle \times F^J, \end{aligned} \quad (4.1)$$

wobei k und q die On-shell-Impulse der Pionen bzw. Nukleonen sind. Der Faktor F^J resultiert aus dem Übergang von den in dieser Arbeit verwendeten Isospinamplituden zu den Frazer-Fulco-Amplituden, die im Isospinraum als Koeffizienten der beiden unabhängigen Isospinoperatoren $\delta_{\alpha\beta}$ und $\frac{1}{2}[\tau_{\alpha}, \tau_{\beta}]$ definiert sind [66]. Mit den Isospin-Phasenkonventionen aus Kapitel 3.3.3 folgt:

$$F^J = \begin{cases} -1/\sqrt{6} & \text{für } J=0 \\ -1/2 & \text{für } J=1 \end{cases}. \quad (4.2)$$

Da die Helizitätsamplitude $\langle \pi\pi | T^{J=0}(t) | N\bar{N}, +- \rangle$ identisch verschwindet (s. Anhang B), existiert im σ -Kanal nur f_+^0 . Im ρ -Kanal hingegen liefern sowohl f_+^1 als auch f_-^1 nichtverschwindende Beiträge.

$\kappa_{\rho}^{(0)}$	4.21
x_{Δ}	-0.823
Λ_8	1779.1 MeV
Λ_{10}	1704.7 MeV
α_p	2/5 (SU(6)[12])
α_v^m	2/5 (SU(6)[12])

Tabelle 4.1: Parameter des mikroskopischen Modells für die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden. Die vier Parameter $\kappa_{\rho}^{(0)}$, x_{Δ} , Λ_8 und Λ_{10} sind durch die Anpassung an die quasiempirischen $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden aus den Refn. [30, 31] festgelegt worden.

In Abb. 4.1 sind nun die Ergebnisse des hier entwickelten mikroskopischen Modells für f_+^0 , f_+^1 und f_-^1 zusammen mit den quasiempirischen Resultaten aus Ref. [30] im pseudophysikalischen Bereich ($t \geq 4m_{\pi}^2$) dargestellt. Die gewählten Parameter sind in Tab. 4.1 enthalten. Da sich das in dieser Arbeit vorgestellte Modell in einigen Einzelheiten von dem Modell von Pearce [28] unterscheidet (z.B. durch die Mitnahme des Y^* -Austauschs und die einheitliche Wahl der Formfaktoren), weichen diese Parameter geringfügig von den in Ref. [28] gewählten ab. In Anbetracht der nur vier freien Parameter des Modells ergibt sich insbesondere im ρ -Kanal eine sehr gute

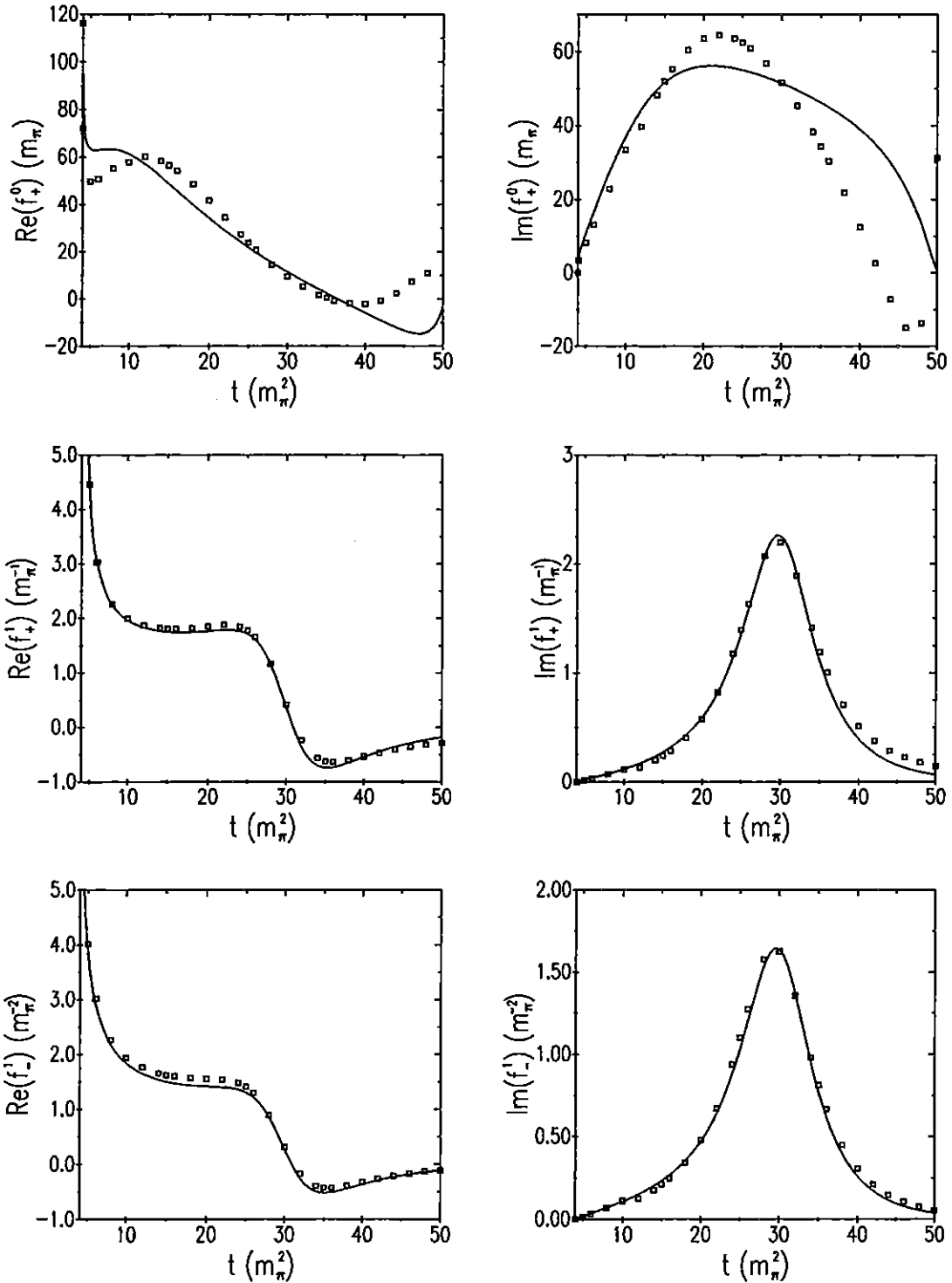


Abbildung 4.1: Resultat des mikroskopischen Modells für die $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Helizitätsamplituden in der Frazer-Fulco-Normierung. Die Kästchen stellen die quasiempirischen Daten aus den Refn. [30, 31] dar, die aus der analytischen Fortsetzung von πN - und $\pi\pi$ -Streuamplituden gewonnen wurden.

Übereinstimmung mit den quasiempirischen Daten. Im σ -Kanal liefert das mikroskopische Modell im Bereich kleiner t -Werte ($t < 12m_\pi^2$) eine etwas größere Amplitude f_+^0 als aus der analytischen Fortsetzung [30, 31] der πN - und $\pi\pi$ -Streudaten folgt. Bei größeren t -Werten treten dann zwar deutlichere Abweichungen von den Daten auf, doch haben die bisherigen Untersuchungen [22, 24, 28] gezeigt, daß der Einfluß dieser Abweichungen auf die Endergebnisse für den korrelierten $\pi\pi$ -Austausch in der jeweiligen s -Kanal-Reaktion ($NN, \pi N$) gering ist². Außerdem unterliegen die quasiempirischen Daten selbst nicht unerheblichen Unsicherheiten.

Die Struktur der einzelnen Helizitätsamplituden wird in Abschnitt 4.3 ausführlich diskutiert. Da nun alle Parameter des mikroskopischen Modells für die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden festgelegt sind, sollen zunächst die Bornamplituden in den verschiedenen Baryon-Antibaryon-Kanälen betrachtet werden.

4.2 Die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden

In den Abb. 4.2–4.6 sind die Beiträge der einzelnen Baryonaustauschprozesse zu den $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Bornamplituden jeweils oberhalb der $\mu\bar{\mu}$ -Schwellen ($t \geq 4m_\mu^2$) für alle in dieser Arbeit untersuchten Kanäle zusammengestellt. Die Linientypen sind den verschiedenen Austauschbaryonen dabei folgendermaßen zugeordnet:

Austauschbaryon	Linientyp
N	durchgezogen
Δ	strich-doppelpunktiert
Λ	strich-punktiert
Σ	lang gestrichelt
Y^*	kurz gestrichelt
Ξ	punktiert
Ξ^*	doppelpunktiert
Ω (in $\Xi\Xi$)	strich-doppelpunktiert

Die Beiträge des $\rho^{(0)}$ -Polgraphen wurden nicht in die Diagramme aufgenommen, da sie bei der nackten ρ -Masse $m_\rho^{(0)}$ einen Pol besitzen. Dieser Pol wird erst durch die Ankopplung an die volle $\pi\pi$ -Amplitude in der Streugleichung 3.20 und die damit verbundene Iteration der Polbeiträge regularisiert und liefert dann die Resonanzstruktur bei der physikalischen ρ -Masse m_ρ .

Die Bezeichnung der (Born-)Amplituden orientiert sich im folgenden an der Notation für die Frazer-Fulco-Amplituden. Es gilt also:

$$\begin{aligned} V_+^J(t) &= \langle \mu\bar{\mu} | V^J(t) | B\bar{B}', ++ \rangle , \\ V_-^J(t) &= \langle \mu\bar{\mu} | V^J(t) | B\bar{B}', +- \rangle . \end{aligned} \quad (4.3)$$

²Bei der Diskussion der Spektralfunktionen für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch in Abschnitt 4.4 wird auf diesen Punkt näher eingegangen.

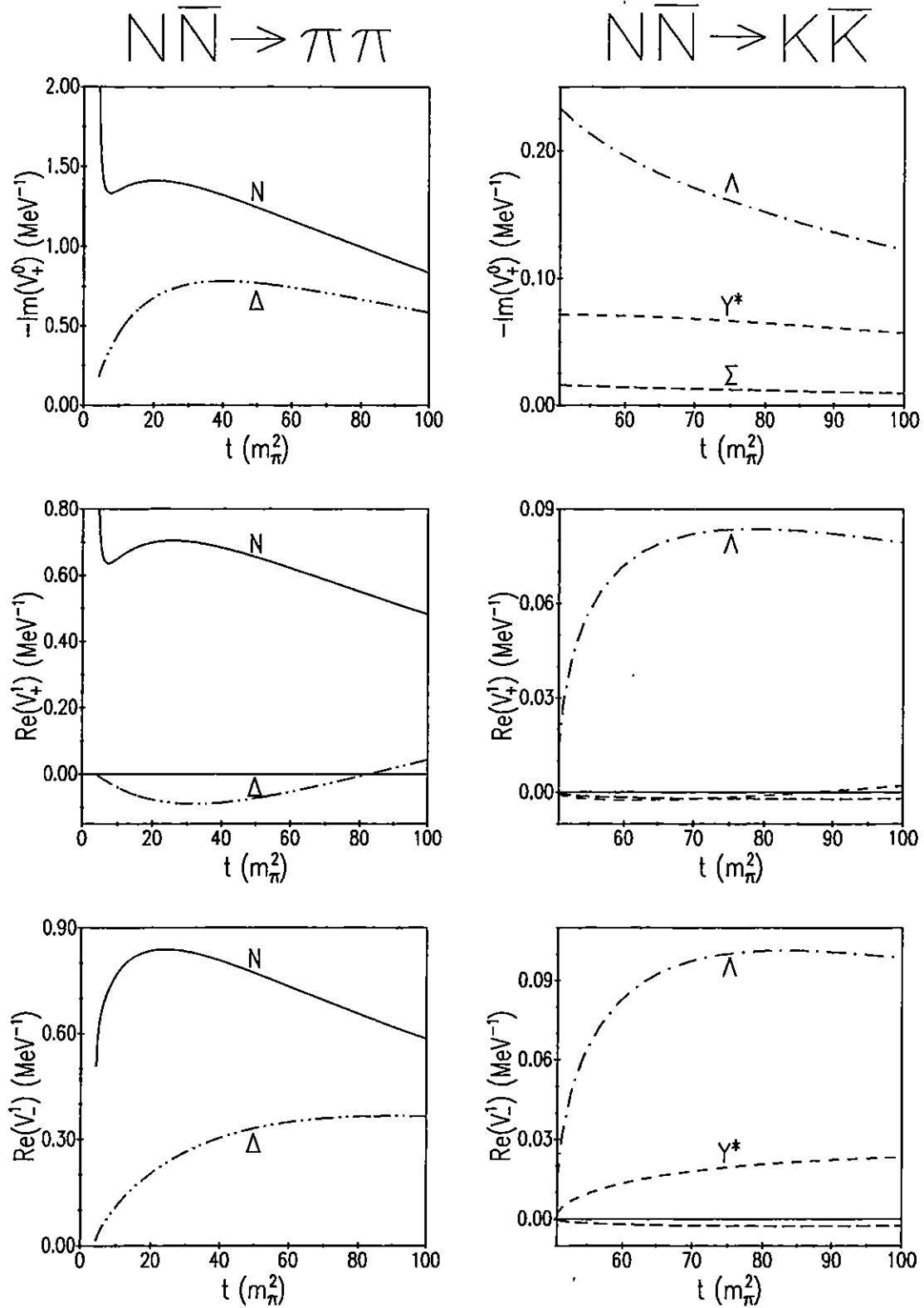


Abbildung 4.2: $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Bornamplituden.

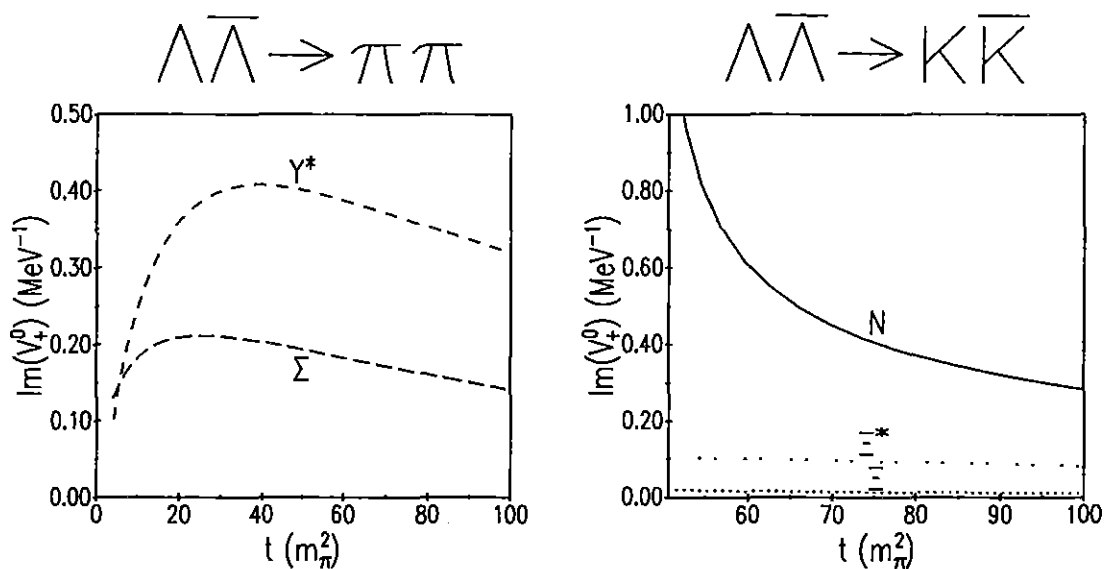


Abbildung 4.3: $\Lambda\bar{\Lambda} \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Bornamplituden.

Die partialwellenzerlegten Bornamplituden sind entweder gerade oder ungerade Funktionen der baryonischen Relativimpulse (s. Anhang F). Da die Baryonimpulse q im pseudophysikalischen Bereich imaginär sind, werden die Bornamplituden, die wie beispielsweise V_+^0 ungerade Funktionen von q sind, nun ebenfalls imaginär.

Die Stärke der einzelnen Beiträge wird außer durch die Kopplungskonstanten und Isospinfaktoren auch entscheidend durch die Massenverhältnisse festgelegt. Austauschbaryonen mit der gleichen Masse M_X wie das äußere Baryon-Antibaryon-Paar³ produzieren in den $\pi\pi$ -Amplituden V_+^0 und V_+^1 offenbar eine typische Struktur an der $\pi\pi$ -Schwelle bei $t = 4m_\pi^2$. Der starke Anstieg der Amplituden, die für $t = 4m_\pi^2$ einen endlichen Wert annehmen, ist ein direktes Signal des sogenannten Left-hand-Cuts, der durch die Singularität des entsprechenden u -Kanal-Polgraphen generiert wird. Der Left-hand-Cut beginnt knapp unterhalb der $\pi\pi$ -Schwelle und erstreckt sich von $t_0 = 4m_\pi^2(1 - m_\pi^2/4M_X^2)$ entlang der reellen Achse nach $-\infty$.

Vergleicht man die Bornamplituden in den verschiedenen Baryon-Antibaryon-Kanälen miteinander, so fällt zunächst auf, daß sich im σ -Kanal die einzelnen Beiträge jeweils konstruktiv überlagern, während im ρ -Kanal auch destruktive Interferenzen auftreten. Die Beiträge eines Spin-3/2-Austauschbaryons zu den Helizitätsamplituden V_+^1 und V_-^1 besitzen entgegengesetzte Vorzeichen, während beim Austausch eines Spin-1/2-Baryons die beiden Amplituden nahezu gleich sind.

Die $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Bornamplituden in Abb. 4.2 bestehend aus N - und Δ -Austausch sind deutlich größer als die $N\bar{N} \rightarrow K\bar{K}$ Bornamplituden, die wegen der hohen Massen der Austauschbaryonen (Λ , Σ , Y^*) unterdrückt sind. Aufgrund der geänderten

³Entsprechend der in Kapitel 3.3.2 eingeführten Näherung gehören dazu auch die Austauschbaryonen, deren physikalische Masse eigentlich kleiner als die der äußeren Baryonen ist.

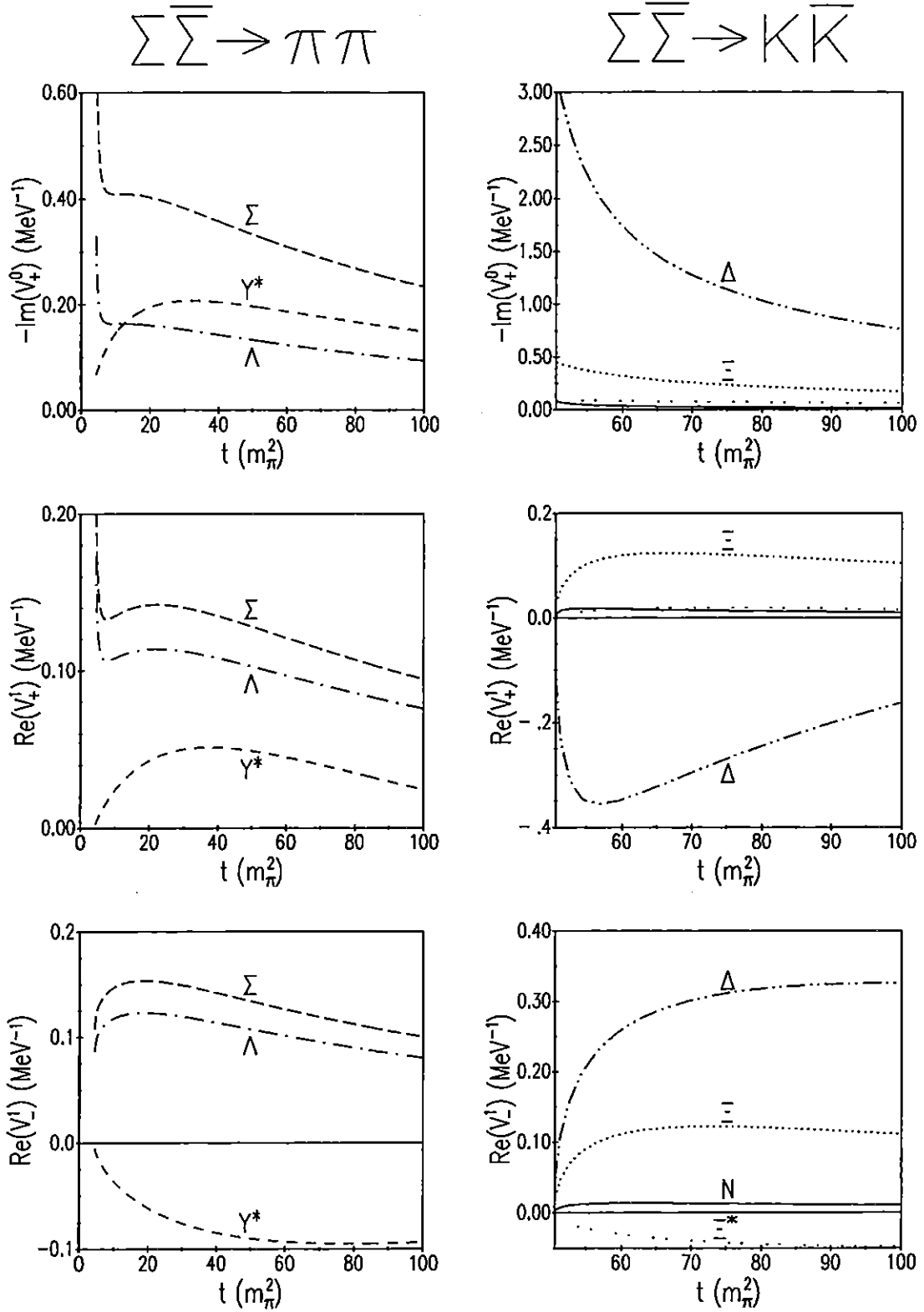


Abbildung 4.4: $\Sigma \bar{\Sigma} \rightarrow \pi \pi, K \bar{K}$ Bornamplituden.

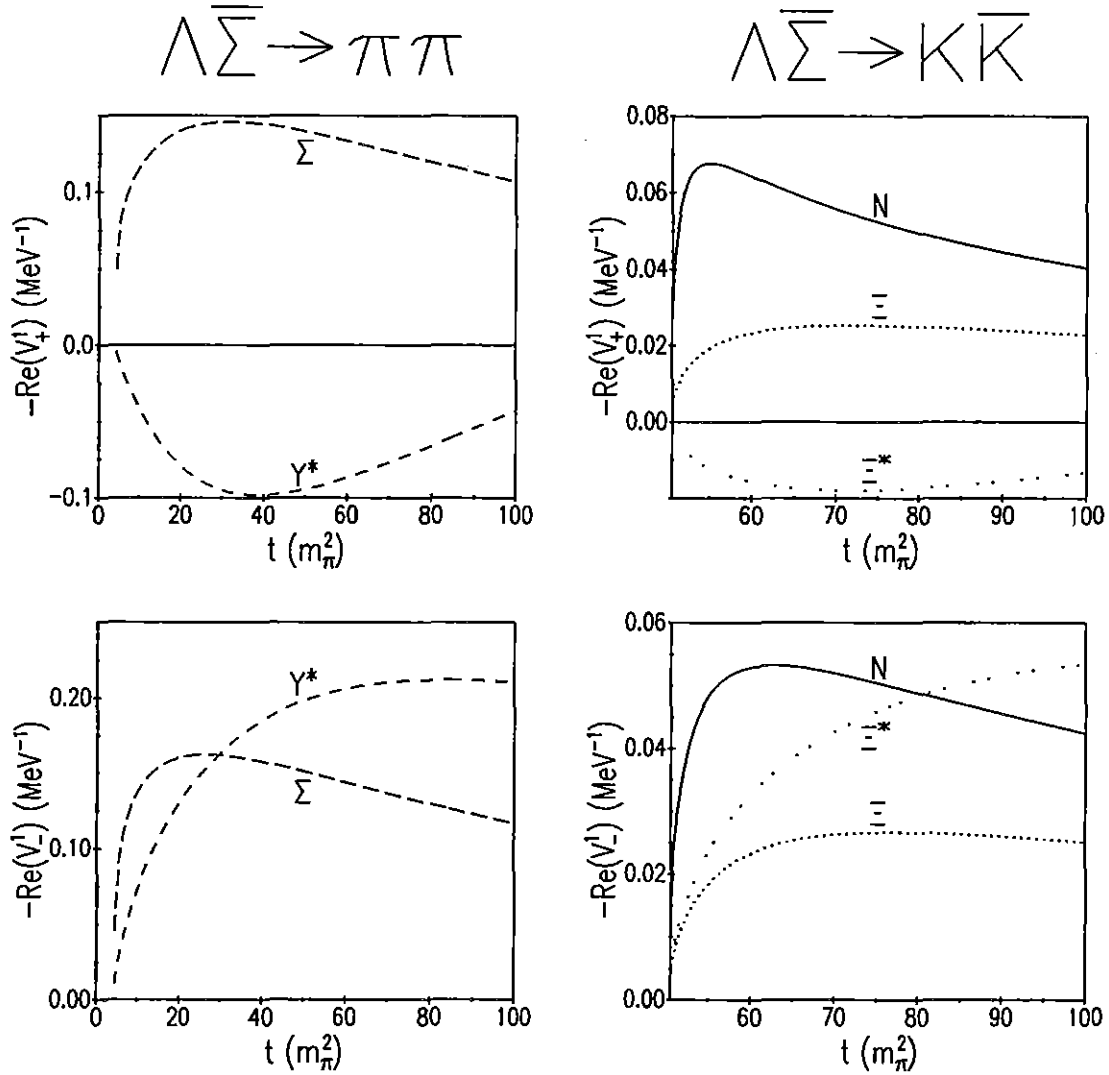


Abbildung 4.5: $\Lambda \bar{\Sigma} \rightarrow \pi \pi, K \bar{K}$ Bornamplituden.

Massenverhältnisse gilt dies in den Hyperon-Antihyperon-Kanälen nicht mehr. Im $\Lambda \bar{\Lambda}$ -Kanal sind die Beiträge vom N -Austausch einerseits und Y^* - bzw. Σ -Austausch andererseits von gleicher Größenordnung. Im $\Sigma \bar{\Sigma}$ -Kanal dominiert sogar die Ankopplung an den $K \bar{K}$ -Kanal durch den Δ -Austausch. Dies wird aufgrund der großen Kopplungskonstante ($f_{\Sigma \Delta K}^2 = f_{N \Delta \pi}^2$) und der kleinen Massendifferenz zwischen Σ und Δ ($M_{\Delta} - M_{\Sigma} \approx 39 \text{ MeV}$) verständlich. Der $\Xi \bar{\Xi}$ -Kanal schließlich koppelt vor allem in der $J = 0$ -Partialwelle weitaus stärker an den $K \bar{K}$ - als an den $\pi \pi$ -Kanal. Bereits an den $B \bar{B}' \rightarrow \mu \bar{\mu}$ Bornamplituden wird also deutlich, daß die korrelierten $K \bar{K}$ -Austauschprozesse in der NN -Wechselwirkung verglichen mit den korrelierten $\pi \pi$ -Prozessen eine unbedeutende Rolle spielen. Dies muß jedoch für die YN - und erst recht für die YY -Wechselwirkungen keineswegs mehr gelten.

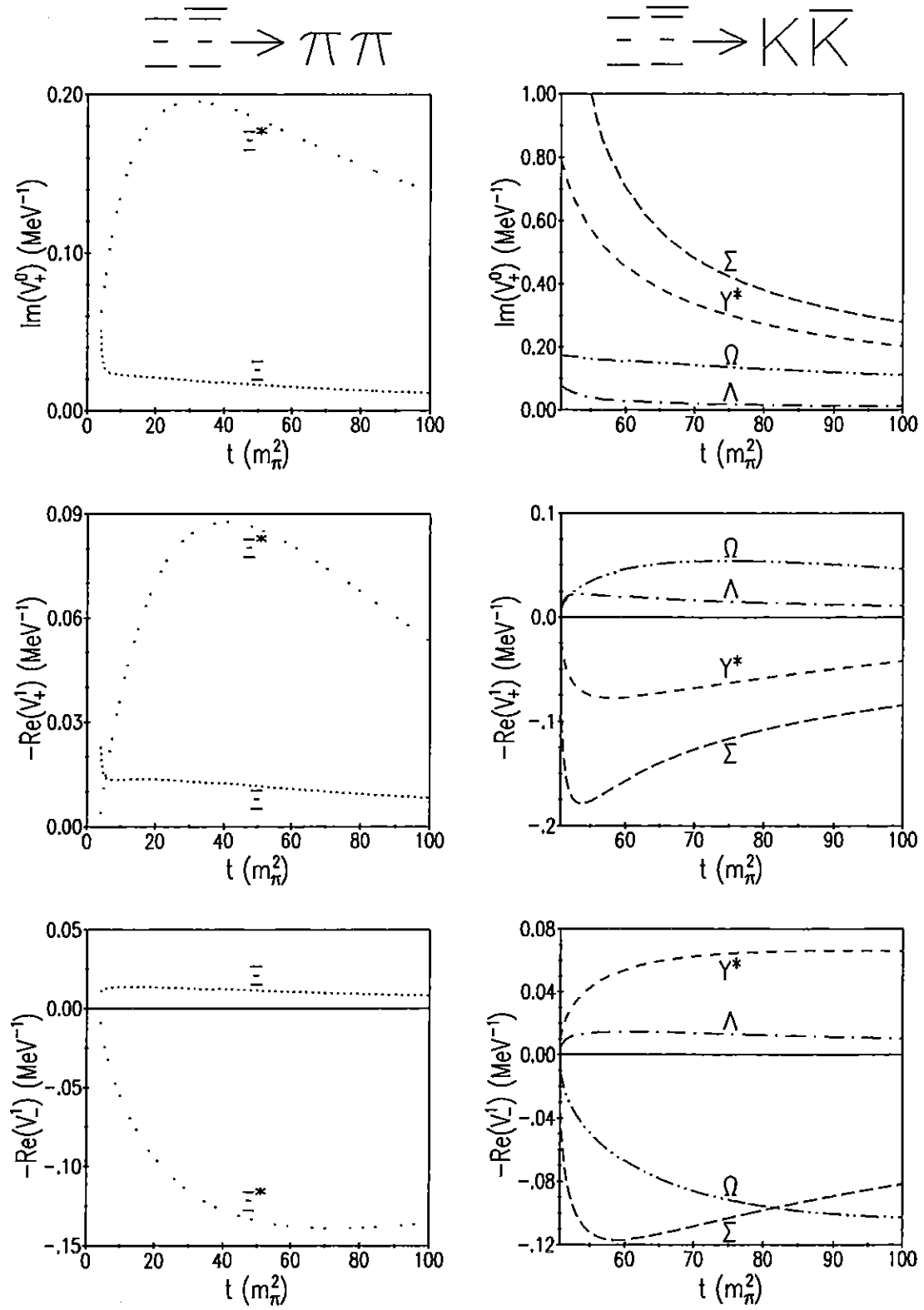


Abbildung 4.6: $\Xi\Xi \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Bornamplituden.

4.3 Die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden

Die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Helizitätsamplituden $T_{\pm}^J(t)$, die sich aus der Lösung der BbS-Streugleichung 3.20 ergeben, bestehen aus den Borntermen und den korrelierten Beiträgen. Die korrelierten Beiträge legen die Phase der $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden fest und generieren die Diskontinuitäten der $T_{\pm}^J(t)$ entlang des Unitaritätscuts. Sie enthalten die Korrelationen der $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Zustände in Form der $\pi\pi$ - $K\bar{K}$ Amplituden. Abb. 4.7 zeigt die (dimensionslosen) $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ und $K\bar{K} \rightarrow K\bar{K}$ On-shell-Amplituden $T^{J=0,I=0}(t)$ im skalaren-isoskalaren Kanal, wie sie sich mit dem feldtheoretischen Modell aus Ref. [29] ergeben (s. Abschnitt 3.4).

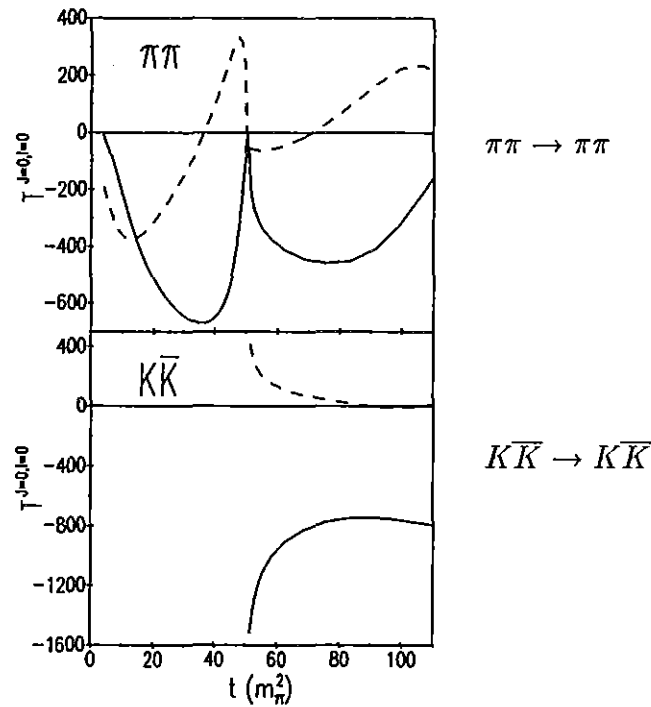


Abbildung 4.7: Die mit dem feldtheoretischen Modell aus Ref. [29] berechneten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Amplituden im σ -Kanal ($J = I = 0$) als Funktion des Quadrats t der Schwerpunktsenergie. Der Realteil der dimensionslosen Amplitude ist gestrichelt, der Imaginärteil durchgezogen dargestellt.

Durch den Vergleich der $\pi\pi$ -Amplitude mit der $\pi\pi$ -Streuphase aus Abb. 3.8 kann in Abb. 4.7 unmittelbar der 90° - und der 270° -Phasendurchgang ($\text{Re}[T^{J=0,I=0}(t)] = 0$ bei $t = 37m_\pi^2$ bzw. $t = 71m_\pi^2$) identifiziert werden. Der 180° -Phasendurchgang ($T^{J=0,I=0}(t) = 0$) tritt knapp unterhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle ($t = 50.48m_\pi^2$) auf. Daneben ist der steile Anstieg des Imaginärteils der $\pi\pi$ -Amplitude, der an der $\pi\pi$ -Schwelle aus Unitaritätsgründen verschwinden muß, bei kleinen Energien zu bemerken. Dieser Bereich liefert im NN -System den Hauptbeitrag zum korrelierten $\pi\pi$ -Austausch [24]. Real- und Imaginärteil der $K\bar{K} \rightarrow K\bar{K}$ Amplitude, die in Abb. 4.7

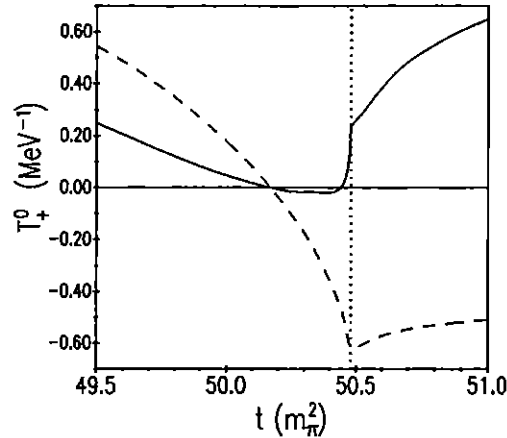


Abbildung 4.8: Die mit dem vollen Modell berechnete $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplitude T_+^0 im Energiebereich um die $K\bar{K}$ -Schwelle (punktiert). Der Realteil von T_+^0 ist durchgezogen, der Imaginärteil gestrichelt dargestellt.

nur im physikalischen Bereich oberhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle dargestellt sind, nehmen aufgrund des offenen $\pi\pi$ -Kanals an der $K\bar{K}$ -Schwelle einen nichtverschwindenden Wert an.

In den Abb. 4.9–4.13 sind die $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi$ Amplituden für die verschiedenen Baryon-Antibaryon-Kanäle in den jeweils möglichen Partialwellen dargestellt. Neben den Ergebnissen des vollen Modells (durchgezogene Linie) zeigen die Abbildungen auch den Effekt, der sich im σ -Kanal durch die Vernachlässigung der $B\bar{B}' \rightarrow K\bar{K}$ Bornamplituden (gestrichelte Linie) und im ρ -Kanal durch die alleinige Berücksichtigung der beiden ρ -Pol-Bornamplituden (strich-punktierte Linie) ergibt. Die $B\bar{B}' \rightarrow K\bar{K}$ Amplituden (punktierte Linie) sind nur für $J = 0$ dargestellt, da sie in der $J = 1$ -Partialwelle, wie im $\Sigma\bar{\Sigma}$ -Kanal demonstriert wird, nur unwesentliche Beiträge liefern. Im σ -Kanal ist zu beachten, daß aufgrund der imaginären Bornamplituden (s. Abschnitt 4.2) die Rollen von Real- und Imaginärteil von T_+^0 gewissermaßen vertauscht sind; $\text{Im}[T_+^0]$ enthält die Bornamplituden, während die Diskontinuität entlang des Unitaritätscuts durch $\text{Re}[T_+^0]$ angegeben wird.

Den $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi$ Amplituden T_+^0 , die ohne die $B\bar{B}' \rightarrow K\bar{K}$ Bornamplituden berechnet wurden (gestrichelte Kurven), ist in allen Kanälen die Struktur der $\pi\pi$ -Amplitude aus Abb. 4.7 aufgeprägt. Der steile Anstieg von $\text{Im}[T_+^0]$ an der $\pi\pi$ -Schwelle resultiert aus dem entsprechenden Verhalten der Bornamplituden (s. Abb. 4.2–4.6). Wie sich aus der Unitaritätsrelation für die $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi$ Amplituden unterhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle ($t_{thr} \approx 50.48m_\pi^2$) ergibt, muß die Diskontinuität der $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi$ Amplituden ($\text{Re}[T_+^0]$) bei $t \approx 50.43m_\pi^2$ verschwinden, da dort für die $\pi\pi$ -Amplitude $T^{J=0,I=0} = 0$ gilt (vgl. Abb. 4.8). Es zeigt sich außerdem, daß die Amplituden T_+^0 , die ohne die $K\bar{K}$ -Bornamplituden berechnet werden, an einer weiteren, je nach Kanal unterschiedlichen Stelle im Energiebereich unterhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle exakt

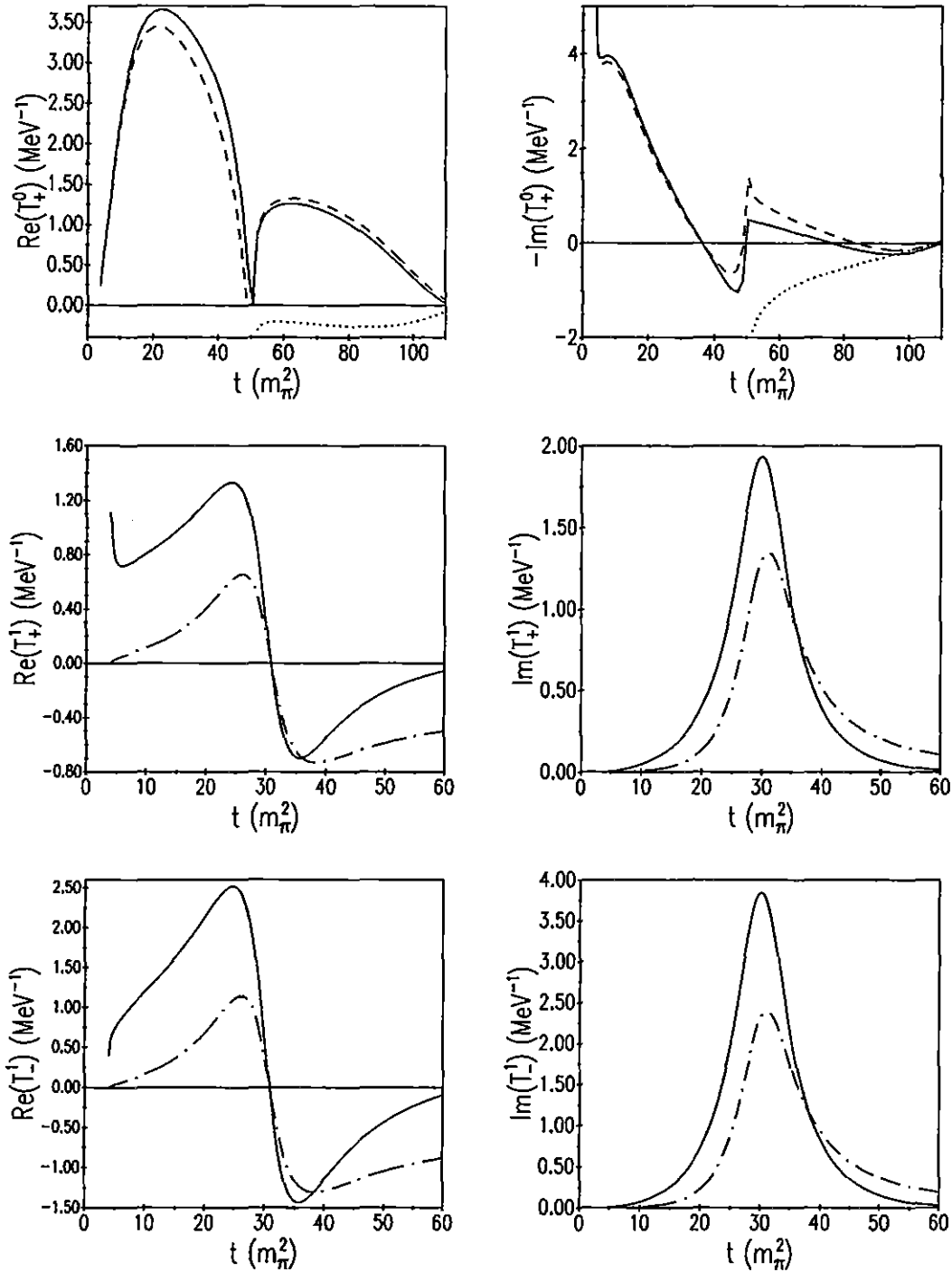


Abbildung 4.9: Helizitätsamplituden T_{\pm}^J der Übergänge $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ (durchgezogen) und $N\bar{N} \rightarrow K\bar{K}$ (punktiert). Für $J = 1$ ist auf die Darstellung der unbedeutenden $N\bar{N} \rightarrow K\bar{K}$ Amplituden verzichtet worden. Die gestrichelte Linie im σ -Kanal bezeichnet die $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden, die ohne die $N\bar{N} \rightarrow K\bar{K}$ Bornamplituden berechnet wurden. Die strich-punktierte Kurve im ρ -Kanal ergibt sich bei alleiniger Berücksichtigung des ρ -Polgraphen in den $N\bar{N} \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden.

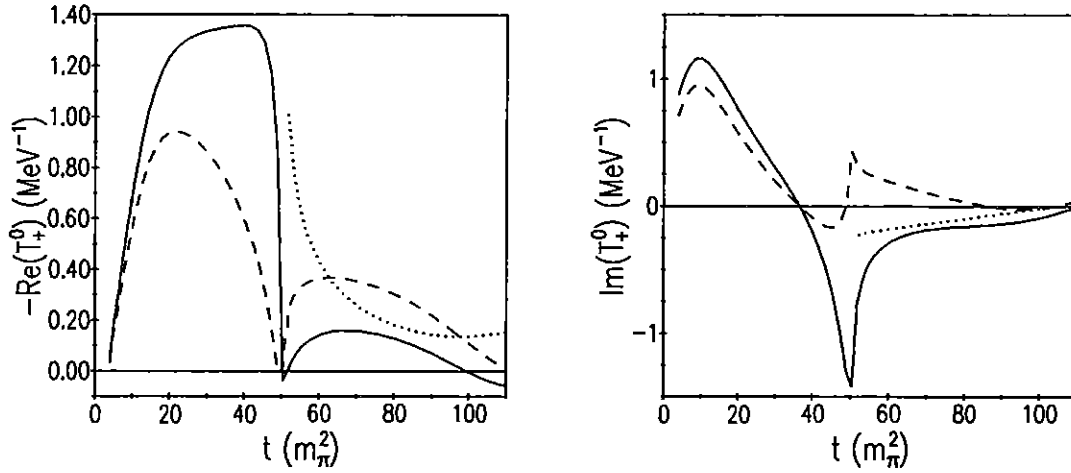


Abbildung 4.10: $\Lambda\bar{\Lambda} \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Helizitätsamplituden T_+^0 . Bezeichnung der Kurven wie in Abb. 4.9.

verschwinden. Interessanterweise geht dieser Nulldurchgang der Amplitude in den Hyperon-Antihyperon-Kanälen bei Einbeziehung der $K\bar{K}$ -Bornamplituden verloren (vgl. Abb. 4.10–4.13). Im $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Kanal hingegen besitzt auch die volle Amplitude diesen Nulldurchgang, der dann bei $t \approx 50.2m_\pi^2$ liegt (s. Abb. 4.8). Die quasiempirische $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplitude f_+^0 in Abb. 4.1 besitzt eine vergleichbare Struktur, allerdings verschwindet die Amplitude bereits bei einem etwas kleineren $t \approx 43m_\pi^2$. Die Abb. 4.8 zeigt auch deutlich die Cusp-Struktur der Amplituden an der $K\bar{K}$ -Schwelle, die in den Hyperon-Antihyperon-Kanälen jedoch weitaus stärker ausgeprägt ist.

Die Berücksichtigung der $B\bar{B}' \rightarrow K\bar{K}$ Bornamplituden im vollen Modell (durchgezogene Linie) ist im $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Kanal bedeutungslos, wie in den Refn. [22, 28] bereits ausgeführt wurde. In den Hyperon-Antihyperon-Kanälen hingegen ergeben sich bereits bei kleinen t -Werten wesentliche Beiträge zu den $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi$ Amplituden T_+^0 , die zu einer Vergrößerung der Amplituden unterhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle und einer deutlichen Modifikation der Energieabhängigkeit der Amplituden führen.

Die Amplituden T_\pm^1 im ρ -Kanal ($J = I = 1$) werden von der Resonanzstruktur im Bereich der physikalischen ρ -Masse bei $t = 30.4m_\pi^2$ dominiert. Durch die Multiplikation mit den $\pi\pi$ -Korrelationen in der Streugleichung 3.20 führen auch die Baryonaustausch-Borngraphen (Abb. 3.4a) zu resonanten Beiträgen. Es zeigt sich jedoch in allen Teilchenkanälen, daß die Diskontinuität der Amplitude ($\text{Im}[T_\pm^1]$) zu mindestens 60% von den beiden ρ -Polgraphen (Abb. 3.4b) und den von ihnen in der Streugleichung generierten Beiträgen stammt (strich-punktierte Kurve in den Abb. 4.9–4.13).

Die $B\bar{B}' \rightarrow K\bar{K}$ On-shell-Amplituden (punktierte Kurve) sind im ρ -Kanal, wie in Abb. 4.11 für den Übergang $\Sigma\bar{\Sigma} \rightarrow K\bar{K}$ gezeigt ist, aufgrund ihrer geringen

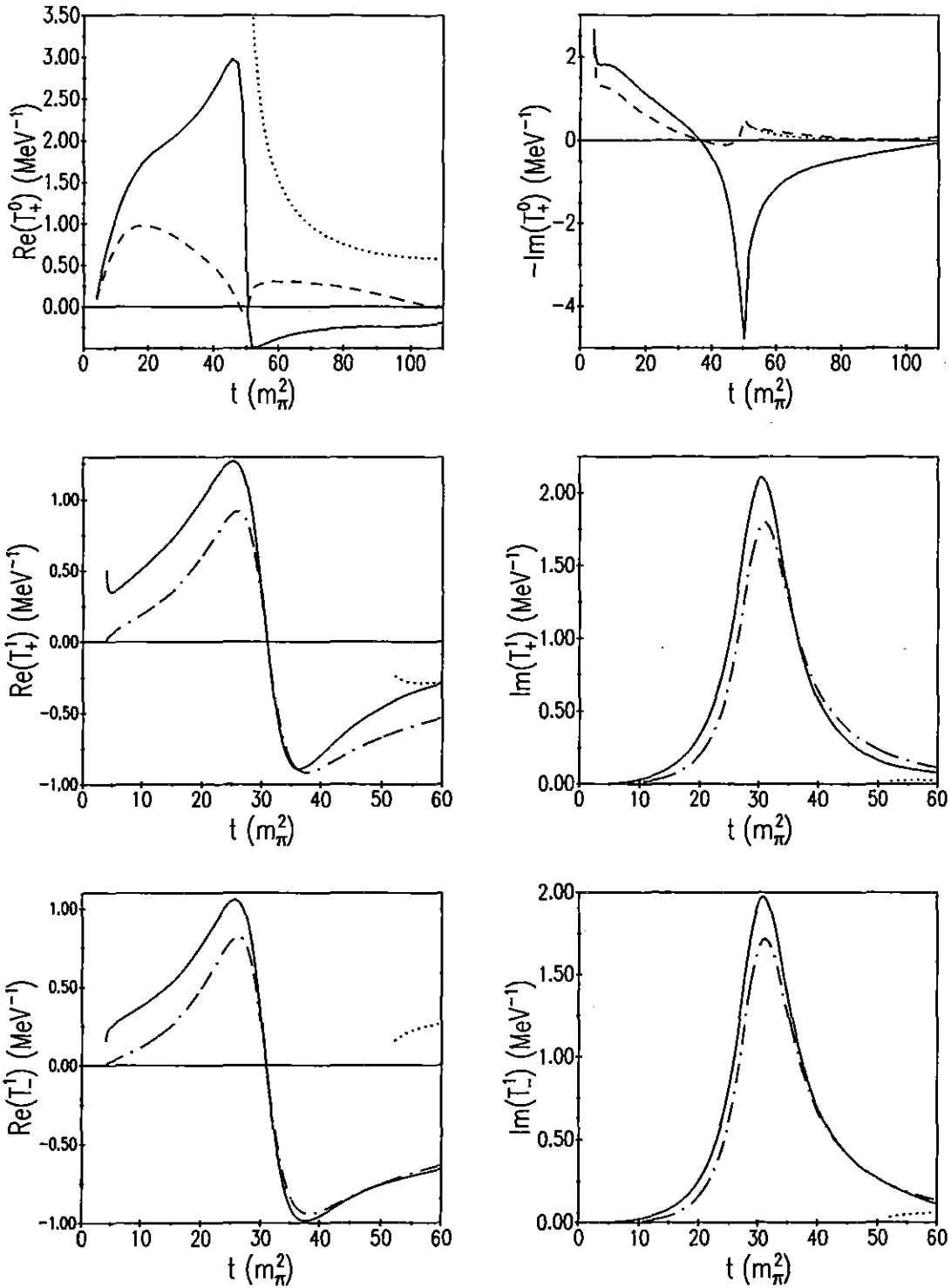


Abbildung 4.11: $\Sigma\bar{\Sigma} \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Helizitätsamplituden T_\pm^J . Bezeichnung der Kurven wie in Abb. 4.9, allerdings unter zusätzlicher Berücksichtigung der $\Sigma\bar{\Sigma} \rightarrow K\bar{K}$ Amplituden für $J = 1$.

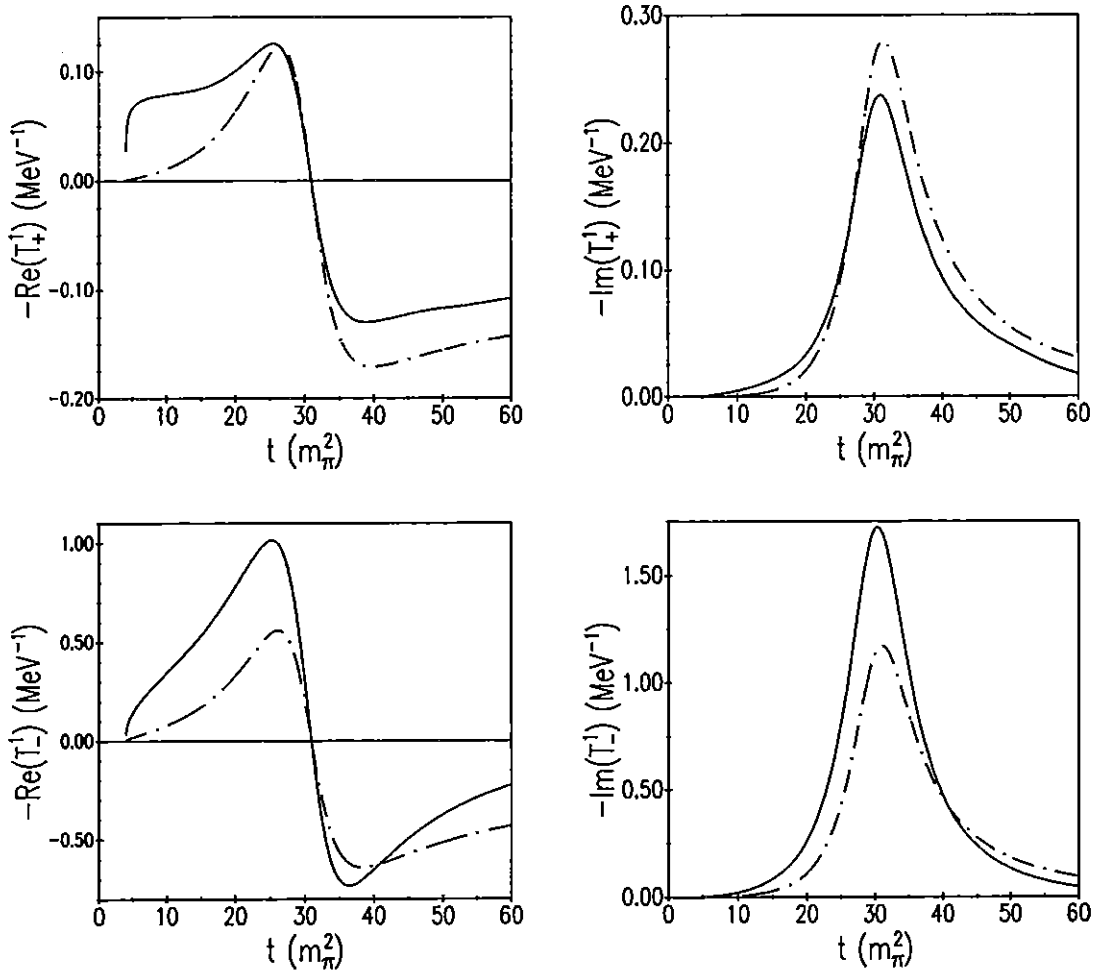


Abbildung 4.12: $\Lambda\bar{\Sigma} \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Helizitätsamplituden T_{\pm}^1 . Bezeichnung der Kurven wie in Abb. 4.9.

Größe und der nichtresonanten Struktur unbedeutend. Im σ -Kanal hingegen können die $B\bar{B}' \rightarrow K\bar{K}$ Amplituden gerade in der Nähe der $K\bar{K}$ -Schwelle aufgrund des entsprechenden Verhaltens der $K\bar{K}$ -Amplitude $T^{J=0,I=0}$ (vgl. Abb. 4.7) sehr große Werte annehmen, die nicht zu vernachlässigende Beiträge zu den Spektralfunktionen liefern.

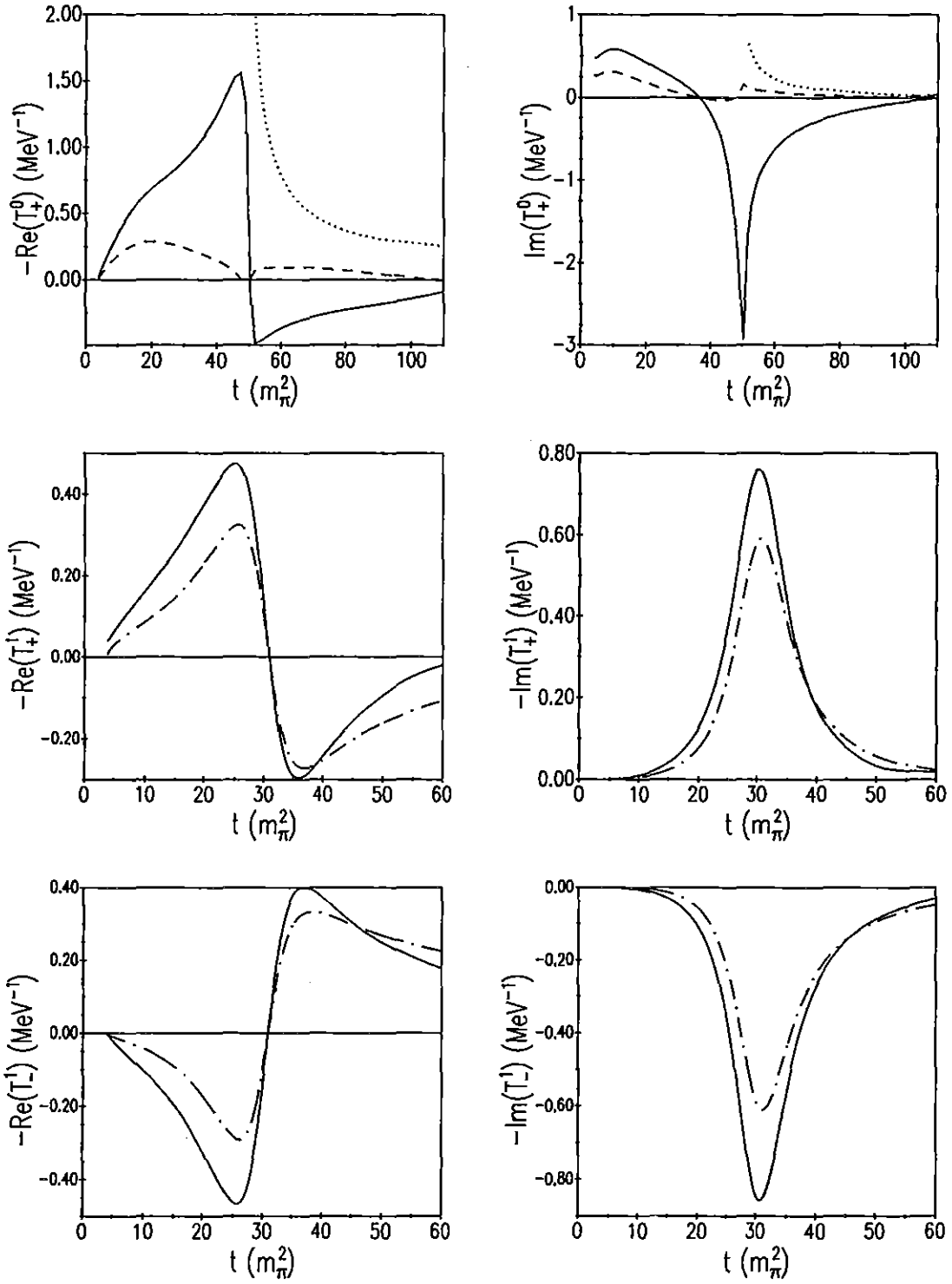


Abbildung 4.13: $\Xi\bar{\Xi} \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Helizitätsamplituden T_{\pm}^J . Bezeichnung der Kurven wie in Abb. 4.9.

4.4 Spektralfunktionen

Mit den im vorigen Abschnitt abgeleiteten $BB' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden im pseudophysikalischen Bereich lassen sich nun die in Gl. 2.48 eingeführten Spektralfunktionen $\rho_i^{\sigma,\rho}$ des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausches im Prinzip für alle aus den Oktettbaryonen N, Λ, Σ und Ξ zusammensetzbaren Baryon-Baryon-Kanäle berechnen. In dieser Arbeit werden jedoch nur die Kanäle betrachtet, für die zum gegenwärtigen Zeitpunkt (oder in naher Zukunft) experimentelle Informationen verfügbar sind. Neben den Baryon-Baryon-Kanälen mit Strangeness $S = 0$ und $S = -1$, für die Streudaten in mehr (NN) oder weniger ($N\Lambda, N\Sigma$) großer Fülle existieren, gehören dazu die $S = -2$ -Kanäle $\Lambda\Lambda, \Sigma\Sigma$ und $N\Xi$, die sowohl für die Beschreibung von $\Lambda\Lambda$ - bzw. Ξ -Hyperkernen als auch für das Studium des im ($S = -2, J = I = 0$)-Kanal vorhergesagten H -Dibaryons [23] von Relevanz sind. Darüber hinaus existieren erste Ansätze für die aufwendige experimentelle Untersuchung von $\Lambda\Lambda$ - und $N\Xi$ -Streuprozessen [5, 67].

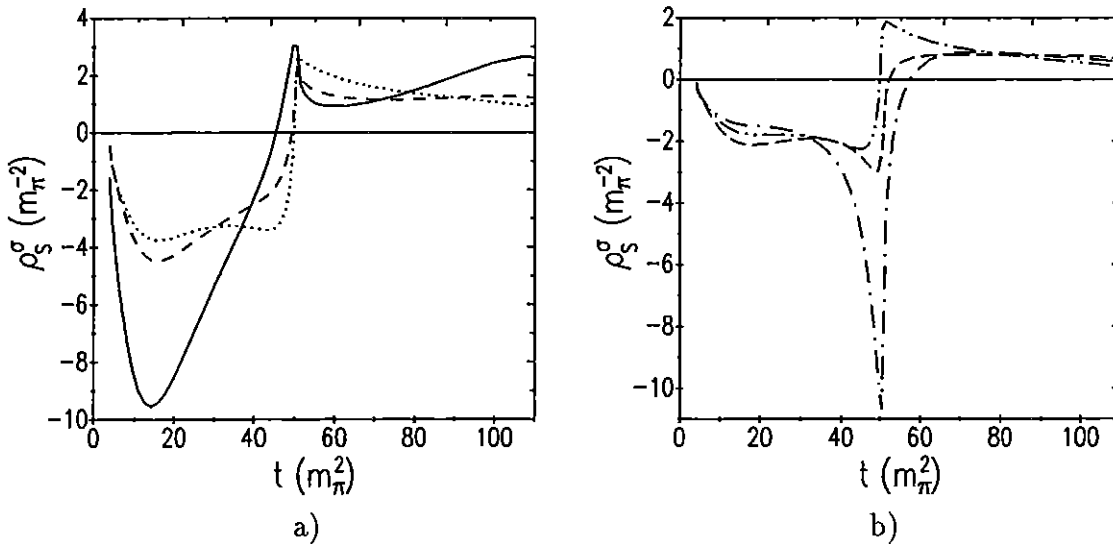


Abbildung 4.14: Spektralfunktion $\rho_S^\sigma(t)$ für die skalare Komponente des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs im skalaren-isoskalaren Kanal verschiedener Baryon-Baryon-Prozesse:

- a) NN (durchgezogen), $N\Lambda$ (kurz gestrichelt), $N\Sigma$ (punktiert);
- b) $\Lambda\Lambda$ (lang gestrichelt), $\Sigma\Sigma$ (strich-punktiert), $N\Xi$ (strich-doppelpunktiert).

Die mit dem vollen mikroskopischen Modell berechnete Spektralfunktion im σ -Kanal, $\rho_S^\sigma(BB')$, ist für die $S = 0, -1$ -Baryon-Baryon-Kanäle $BB' = NN, N\Lambda, N\Sigma$ in Abb. 4.14a und für die $S = -2$ -Kanäle $BB' = \Lambda\Lambda, \Sigma\Sigma, N\Xi$ in Abb. 4.14b dargestellt. Aufgrund der Isospinerhaltung trägt der $\pi\pi$ - bzw. $K\bar{K}$ -Austausch zur $N\Lambda$ -

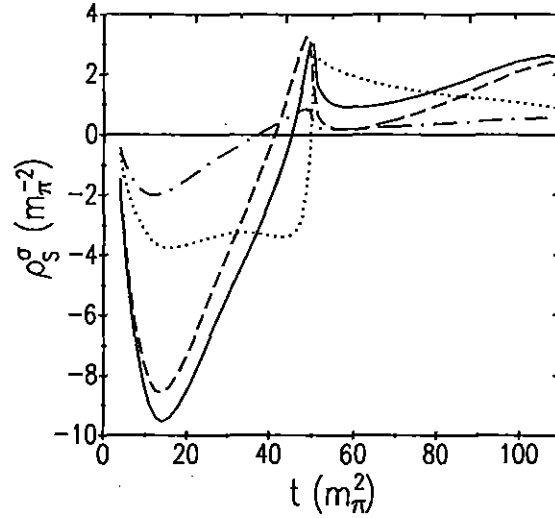


Abbildung 4.15: Spektralfunktion $\rho_S^\sigma(t)$ im NN - und $N\Sigma$ -Kanal berechnet mit dem vollen Modell (durchgezogen: NN , punktiert: $N\Sigma$) bzw. unter Vernachlässigung der Beiträge von den $B\bar{B}' \rightarrow K\bar{K}$ Bornamplituden (gestrichelt: NN , strich-punktiert: $N\Sigma$). Die mit dem vollen Modell berechneten Kurven stimmen mit den entsprechenden Resultaten aus Abb. 4.14 überein.

und $\Lambda\Lambda$ -Wechselwirkung nur im σ -Kanal und zum $N\Lambda - N\Sigma$ Übergang nur im ρ -Kanal bei. Bis nahe an die $K\bar{K}$ -Schwelle bei $t = 50.48m_\pi^2$ ist ρ_S^σ in allen Kanälen negativ. Der korrelierte $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch liefert daher wie erwartet in allen Kanälen attraktive Beiträge. Gerade bei kleinen t -Werten, die den langreichweitigen Anteil des korrelierten Austauschs beschreiben und daher bei Niederenergieprozessen im s -Kanal die Hauptbeiträge zum Dispersionsintegral liefern, ist die Spektralfunktion $\rho_S^\sigma(NN)$ um ungefähr einen Faktor 2 größer als die nahezu gleich großen Resultate für $\rho_S^\sigma(N\Lambda)$ und $\rho_S^\sigma(N\Sigma)$. Aufgrund der bereits im vorangegangenen Abschnitt bei den Hyperon-Antihyperon-Amplituden im σ -Kanal beobachteten starken Beiträge der $K\bar{K}$ -Bornamplituden besitzen $\rho_S^\sigma(N\Lambda)$ und $\rho_S^\sigma(N\Sigma)$ auch eine deutlich andere t -Abhängigkeit als $\rho_S^\sigma(NN)$. Unterhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle ist die Spektralfunktion zu höheren t -Werten hin verbreitert, die „mittlere Reichweite“ des korrelierten Austauschs wird also reduziert. Dies gilt in noch stärkerem Maße für die $S = -2$ -Kanäle $\Lambda\Lambda$ und $\Sigma\Sigma$ in Abb. 4.14b, da dort die Hyperon-Antihyperon-Amplituden quadratisch eingehen. Der Effekt der $B\bar{B}' \rightarrow K\bar{K}$ Bornamplituden ist in Abb. 4.15 noch einmal für den NN - und $N\Sigma$ -Kanal dargestellt. Während die $B\bar{B}' \rightarrow K\bar{K}$ Bornamplituden auf die Spektralfunktion $\rho_S^\sigma(NN)$ nur geringen Einfluß haben, liefern sie im $N\Sigma$ -Kanal bereits nahe der $\pi\pi$ -Schwelle bedeutende Beiträge zu $\rho_S^\sigma(N\Sigma)$.

Die entsprechenden Spektralfunktionen im ρ -Kanal, ρ_S^ρ , ρ_V^ρ , ρ_T^ρ und ρ_6^ρ , sind in Abb. 4.16 für die verschiedenen Teilchenkanäle dargestellt. Von den fünf nichtver-

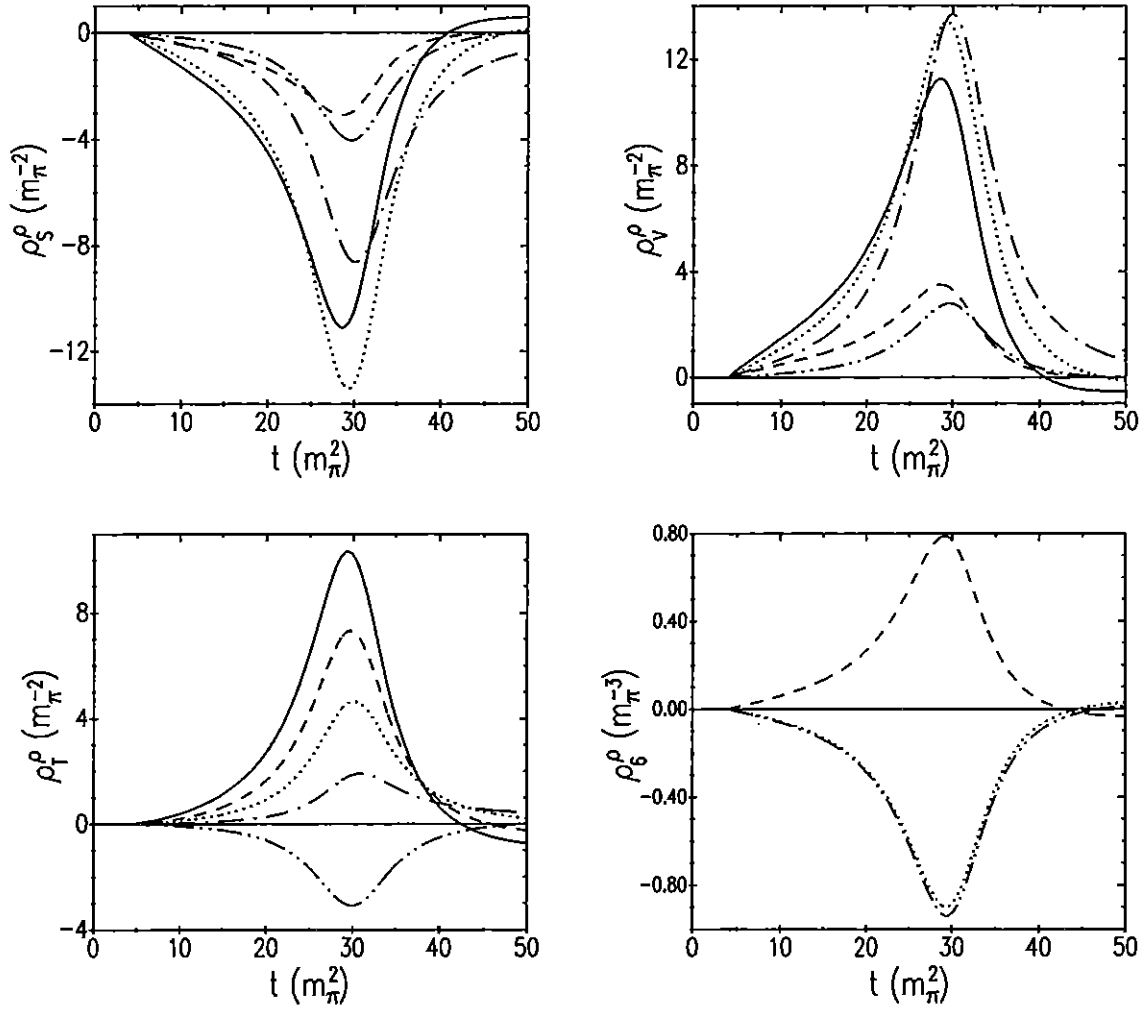


Abbildung 4.16: Spektralfunktionen $\rho_i^\rho(t)$ ($i = S, V, T, 6$) für den Beitrag des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs im ρ -Kanal der NN - (durchgezogen), $N\Sigma$ - (punktiert), $\Sigma\Sigma$ - (strich-punktiert) und NXi -Wechselwirkung (strich-doppelpunktiert) sowie der Übergangsamplitude $N\Lambda - N\Sigma$ (kurz gestrichelt).

schwindenden Spektralfunktionen sind nach Gl. 2.41 nur vier linear unabhängig. Auf die Darstellung von ρ_P^0 wurde daher verzichtet. Die Spektralfunktion ρ_6^0 trägt nur in BB' -Kanälen mit unterschiedlichen Massen bei und verschwindet daher im NN - und $\Sigma\Sigma$ -Kanal identisch. Gemäß Gl. 2.39 hängt $\rho_S^0(s, t)$ über den Faktor $\cos \vartheta_t(s, t)$ von s ab. Um die Ergebnisse für $\rho_S^0(s, t)$ in den verschiedenen Teilchenkanälen miteinander vergleichen zu können, wurde für die Ergebnisse in Abb. 4.16 s einheitlich auf die Schwelle des jeweiligen s -Kanal-Prozesses gesetzt: $s = (M_B + M_{B'})^2$. Da der ρ -Kanal von den resonanten Beiträgen im $\pi\pi$ -Kanal dominiert wird und der $K\bar{K}$ -Kanal keine Rolle spielt, besitzen die $\rho_i^0(BB')$ in den verschiedenen Teilchenkanälen nahezu die gleiche t -Abhängigkeit.

Die Spektralfunktionen für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch können im NN -Kanal statt mit den $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden des feldtheoretischen Modells auch mit den quasiempirischen Daten [30, 31] für diese Amplituden bestimmt werden. Wie zuvor müssen dazu die unkorrelierten Beiträge subtrahiert werden. Diese werden jedoch mit dem mikroskopischen Modell für die $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Bornamplituden berechnet. Daher hängen die aus den quasiempirischen Amplituden abgeleiteten Ergebnisse für die Spektralfunktionen von den Parametern (z.B. $g_{NN\pi}$) des mikroskopischen Modells ab.

Abb. 4.17 zeigt die mit dem mikroskopischen Modell (durchgezogene Linie) und die mit den quasiempirischen Amplituden (gestrichelte Linie) berechneten NN -Spektralfunktionen sowohl im σ - als auch im ρ -Kanal. Wie nach dem Vergleich der Amplituden in Abschnitt 4.1 bereits vermutet werden konnte, stimmen die Ergebnisse im ρ -Kanal recht gut überein. Im σ -Kanal treten hingegen gewisse Abweichungen auf. Bei kleinen t -Werten ($t < 12m_\pi^2$), die dem langreichweitigen Anteil des korrelierten Austauschs entsprechen, liefert das mikroskopische Modell eine etwas stärkere Attraktion als die quasiempirischen Ergebnisse. Bei höheren t -Werten treten dann auch größere Abweichungen auf, die für den Beitrag des korrelierten Austauschs zur NN -Wechselwirkung aber nur von untergeordneter Bedeutung sind. Oberhalb von $t \approx 30m_\pi^2$ sind die korrelierten Austauschprozesse nämlich kurzreichweitiger als der ω -Austausch ($m_\omega^2 = 31.3m_\pi^2$), der den stark repulsiven inneren Bereich des NN -Potentials (wie auch der anderen Baryon-Baryon-Potentiale) generiert. Daher werden die kurzreichweitigen Anteile des korrelierten $\pi\pi$ -Austauschs vom ω -Austausch weitestgehend überdeckt und haben daher nur geringen Einfluß auf die Observablen im NN -System. Außerdem muß hinsichtlich der Abweichungen zwischen den Ergebnissen des Modells und den mit den quasiempirischen Daten berechneten Spektralfunktionen berücksichtigt werden, daß die aus der Extrapolation vom physikalischen Bereich des s - bzw. u -Kanals in den pseudophysikalischen Bereich des t -Kanals gewonnenen Daten selbst nicht unerheblichen Unsicherheiten unterliegen.

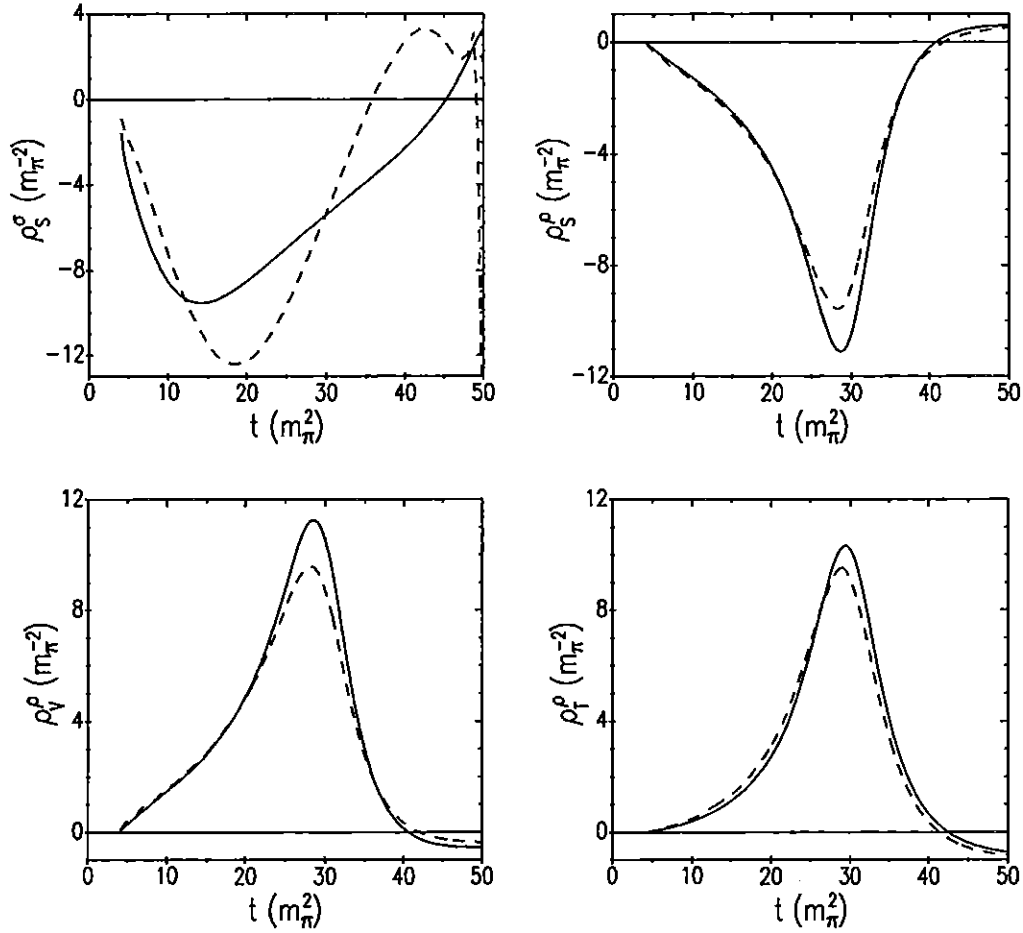


Abbildung 4.17: NN -Spektralfunktionen $\rho_S^o(t)$ und $\rho_i^e(t)$ ($i = S, V, T$). Die durchgezogenen Linien wurden mit dem in Kapitel 3 entwickelten mikroskopischen Modell für die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden berechnet. Die Resultate, die mit den quasiempirischen $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden aus den Refn. [30, 31] bestimmt wurden, sind gestrichelt dargestellt.

4.5 Das Potential des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs

Mit den Spektralfunktionen aus dem vorangegangenen Abschnitt können nun die Dispersionsintegrale 2.44–2.46 zur Berechnung der invarianten Amplituden im s -Kanal ausgeführt werden. Die On-shell-Helizitätsamplituden des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs in der jeweiligen s -Kanal-Reaktion folgen dann unmittelbar aus Gl. 2.47. Die Konstruktion des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs in der Baryon-Baryon-Wechselwirkung ist damit bis auf die Wahl einer Vorschrift für die Off-shell-Extrapolation der dispersionstheoretisch bestimmten On-shell-Amplituden (vgl. die Diskussion in Kapitel 2.5) im Prinzip abgeschlossen.

Die effektiven Kopplungsstärken

Um die Ergebnisse für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch in den verschiedenen Kanälen quantifizieren zu können, werden nun die vom Impulsübertrag t abhängigen effektiven Kopplungsstärken $G_{AB \rightarrow CD}^{\sigma, \rho}(t)$ bestimmt, die bei der Parametrisierung der korrelierten Prozesse durch σ - und ρ -Austausch in den Gln. 2.57, 2.58 eingeführt wurden. Es sei an dieser Stelle noch einmal betont, daß diese Parametrisierung keinerlei Näherungen beinhaltet, solange die volle t -Abhängigkeit der effektiven Kopplungsstärken berücksichtigt wird. Die Parameter des σ - bzw. ρ -Austauschs (Masse des Austauschteilchens: m_σ, m_ρ ; Cutoff-Masse: $\Lambda_\sigma, \Lambda_\rho$) werden in allen Teilchenkanälen einheitlich gewählt, um einen einfachen Vergleich der effektiven Kopplungsstärken in den verschiedenen Kanälen zu ermöglichen. Die Massen des σ - und ρ -Mesons werden auf die in den Bonn-Jülich Modellen für die NN -[1] und YN -Wechselwirkung [9] üblichen Werte gesetzt. Die Cutoff-Massen sind so gewählt, daß die effektiven Kopplungsstärken in den $S = 0, -1$ -Baryon-Baryon-Kanälen möglichst schwach variierende Funktionen von t sind. Verglichen mit den Werten der Baryon-Baryon-Wechselwirkungsmodelle [1, 9] ergeben sich dann relativ harte Formfaktoren, d.h. große Cutoff-Massen:

$$\begin{aligned} m_\sigma &= 550 \text{ MeV} \quad , & \Lambda_\sigma &= 2800 \text{ MeV} \quad ; \\ m_\rho &= 770 \text{ MeV} \quad , & \Lambda_\rho &= 2500 \text{ MeV} \quad . \end{aligned} \quad (4.4)$$

Die obere Grenze t'_{max} der Dispersionsintegrale 2.44–2.46 ist in den folgenden Rechnungen, wenn nicht ausdrücklich ein anderer Wert genannt wird, auf $t'_{max} = 120m_\pi^2$ gesetzt worden.

In Abb. 4.18 sind die effektiven σ -Kopplungsstärken $G_{AB}^\sigma(t)$ in den hier betrachteten Baryon-Baryon-Kanälen $AB \rightarrow AB$ als Funktionen des negativen Impulsübertrages $-t$ dargestellt. Das dargestellte Intervall von t ist so gewählt, daß es den gesamten Bereich der Impulsüberträge umfaßt, die in den hier betrachteten

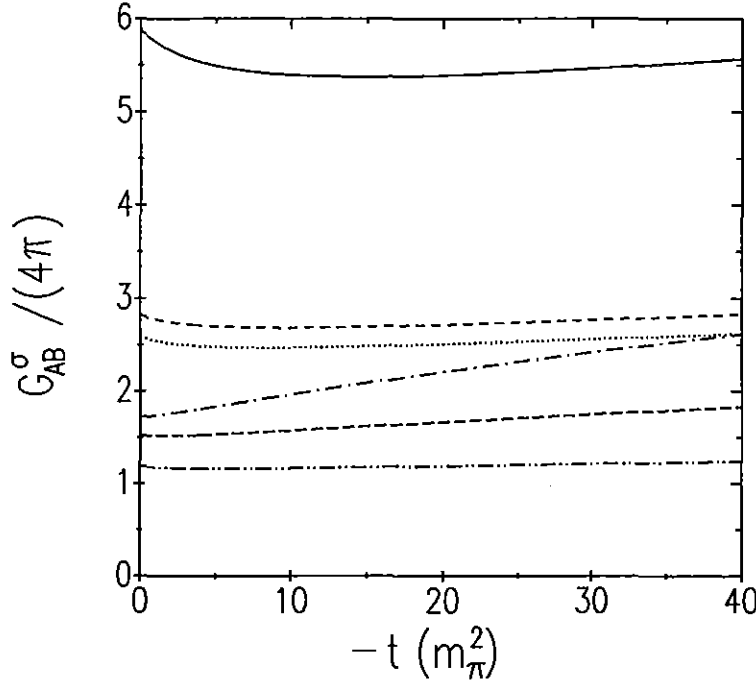


Abbildung 4.18: Effektive σ -Kopplungsstärken $G_{AB \rightarrow AB}^\sigma / (4\pi)$ für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch als Funktion des Impulsübertrages $t < 0$. Die Kurven sind den Baryon-Baryon-Kanälen wie folgt zuzuordnen: NN (durchgezogen), $N\Lambda$ (kurz gestrichelt), $N\Sigma$ (punktiert), $\Lambda\Lambda$ (lang gestrichelt), $\Sigma\Sigma$ (strich-punktiert) und $N\Xi$ (strich-doppelpunktiert).

On-shell-Amplituden bei Energien \sqrt{s} unterhalb der Pion-Produktionsschwelle auftreten können. Mit Ausnahme von $G_{\Sigma\Sigma}^\sigma(t)$ (strich-punktierte Kurve) variieren die effektiven σ -Kopplungsstärken in Abb. 4.18 nur schwach mit $-t$. Dies zeigt, daß die in den Bonn-Jülich-Modellen [1, 9] vorgenommene Approximation des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs durch den Austausch eines σ -Mesons mit einer Masse von ungefähr 550 MeV und t -unabhängigen Kopplungskonstanten zumindest nicht völlig abwegig ist. Die vergleichsweise starke t -Abhängigkeit von $G_{\Sigma\Sigma}^\sigma(t)$ resultiert aus der Dominanz des Δ -Austauschbeitrages in den $\Sigma\bar{\Sigma} \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Bornamplituden aus Abb. 4.4. Durch die starke Ankopplung an den $K\bar{K}$ -Kanal ist die $\Sigma\Sigma$ -Spektralfunktion ρ_S^σ aus Abb. 4.14 im Vergleich zu den anderen Kanälen deutlich zur $K\bar{K}$ -Schwelle hin verschoben; die mittlere invariante Masse, die in den korrelierten Prozessen ausgetauscht wird, liegt im $\Sigma\Sigma$ -Kanal daher deutlich höher als in den anderen Kanälen. Um ein möglichst konstantes $G_{\Sigma\Sigma}^\sigma(t)$ zu erhalten, müßte daher die Masse des effektiven σ -Mesons im $\Sigma\Sigma$ -Kanal erhöht werden.

Vergleicht man in Abb. 4.18 die relative Stärke des effektiven σ -Austauschs in den verschiedenen Baryon-Baryon-Kanälen, so zeigt sich das bereits anhand der Spektralfunktionen in Abb. 4.14 diskutierte Ergebnis: Der skalare-isoskalare Anteil

des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs ist im NN -Kanal (durchgezogene Linie) ungefähr doppelt so groß wie in den beiden nahezu gleich großen YN -Kanälen und ungefähr um einen Faktor 3-4 größer als in den $S = -2$ -Kanälen. Anders als beim Austausch eines physikalischen Mesons mit festgewählten Kopplungskonstanten an den einzelnen Vertizes zeigt sich für den effektiven σ -Austausch in Abb. 4.18, daß beispielsweise

$$G_{NN \rightarrow NN}^\sigma(t) G_{\Sigma\Sigma \rightarrow \Sigma\Sigma}^\sigma(t) \neq [G_{N\Sigma \rightarrow N\Sigma}^\sigma(t)]^2$$

ist. Dies ist eine einfache Konsequenz der Schwarzschen Ungleichung⁴ angewendet auf das Dispersionsintegral, das das Produkt zweier $B\bar{B} \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden mit unterschiedlichen t -Abhängigkeiten enthält. Es ist daher nicht sinnvoll, aus den effektiven Kopplungsstärken für den korrelierten Austausch effektive σ -Kopplungskonstanten abzuleiten. Diese effektiven Kopplungskonstanten würden nämlich für ein und denselben Vertex, falls in verschiedenen Baryon-Baryon-Kanälen bestimmt, unterschiedliche Werte annehmen.

Die Spektralfunktionen im ρ -Kanal (s. Abb. 4.16) werden in den betrachteten Teilchenkanälen von den resonanten Beiträgen im Bereich der ρ -Resonanz dominiert. Die effektiven Kopplungsstärken im ρ -Kanal, ${}^{ij}G_{AB \rightarrow CD}^\rho(t)$ ($ij = VV, VT, TV, TT$), die hier nicht im Bild dargestellt sind, variieren daher noch langsamer mit t als die Kopplungsstärken im σ -Kanal. Aufgrund dieser schwachen t -Abhängigkeiten genügt es zunächst, in den nachfolgenden Diskussionen nur die Werte der Kopplungsstärken an der Stelle $t = 0$ zu betrachten.

In den Tabn. 4.2-4.5 sind die mit dem mikroskopischen Modell dieser Arbeit abgeleiteten Werte der Kopplungsstärken bei $t = 0$ für den σ - (Tab. 4.2) und den ρ -Kanal (Tab. 4.3 für den NN -Kanal, Tab. 4.4 für die YN -Kanäle und Tab. 4.5 für die $S = -2$ -Baryon-Baryon-Kanäle) zusammengestellt. Neben den Ergebnissen des vollen Modells für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch sind in den Tabellen auch die Resultate aufgenommen, die sich im σ -Kanal bei Vernachlässigung der $B\bar{B} \rightarrow K\bar{K}$ Bornamplituden bzw. im ρ -Kanal bei alleiniger Berücksichtigung der beiden ρ -Polgraphen ergeben. In der dritten Zeile („Subtraktion für OBE-Modell“) enthalten die Tabn. 4.2-4.5 schließlich noch die Resultate, die aus einer eingeschränkten Subtraktion der unkorrelierten Beiträge zu den Diskontinuitäten der invarianten Baryon-Baryon-Amplituden in Gl. 2.48 folgen. Ziel hiervon ist es, möglichst viele der unkorrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschprozesse in die dispersionstheoretische Rechnung einzubeziehen, ohne daß sich im s -Kanal Doppelzählungen ergeben. Ausgangspunkt im s -Kanal sei dabei ein Ein-Boson-Austausch-Modell (OBE-Modell), das bei gegebener Strangeness S die in dieser Arbeit betrachteten Baryon-Baryon-Kanäle sowie deren Kopplungen umfaßt ($S = 0$: NN ; $S = -1$: $N\Lambda, N\Sigma$; $S = -2$: $\Lambda\Lambda, \Sigma\Sigma, N\Xi$). In der dispersionstheoretischen Rechnung müssen im t -Kanal dann

⁴ $|\int f(t)g(t)dt|^2 \leq \int f(t)^2 dt \times \int g(t)^2 dt$

$G_{AB \rightarrow AB}^\sigma / 4\pi$						
	NN	$N\Lambda$	$N\Sigma$	$\Lambda\Lambda$	$\Sigma\Sigma$	$N\Xi$
volles Modell	5.87	2.82	2.58	1.52	1.72	1.19
ohne $K\bar{K}$ -Bornsterme	5.07	1.80	1.06	0.64	0.22	0.35
Subtraktion für OBE-Modell	7.77	3.81	3.15	2.00	2.31	1.52

Tabelle 4.2: Effektive σ -Kopplungsstärken $G_{AB \rightarrow AB}^\sigma(t=0)$ für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch in den verschiedenen Baryon-Baryon-Kanälen. (Die Bedeutung der einzelnen Zeilen wird im Text erläutert.)

nur die unkorrelierten Beiträge subtrahiert werden, die bereits im s -Kanal durch die Iteration der OBE-Terme in der Streugleichung generiert werden. Für $S = -2$ beispielsweise sind dies alle iterativen $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Boxen mit $\Lambda\Lambda$ -, $\Sigma\Sigma$ - und $N\Xi$ -Zwischenzuständen. In den hier vorgestellten Rechnungen werden durch die Subtraktion der Produkte von Bornamplituden neben den iterativen Boxen automatisch auch die entsprechenden Crossed-Boxen aus der dispersionstheoretischen Rechnung eliminiert. Sollen diese Crossed-Boxen berücksichtigt werden, so müssen sie im s -Kanal explizit berechnet werden. Andererseits werden durch die eingeschränkte Subtraktion der unkorrelierten Beiträge alle Prozesse mit Spin-3/2-Baryonen in der dispersionstheoretischen Rechnung berücksichtigt, so daß auf diese Weise deren aufwendige Auswertung im s -Kanal umgangen werden kann.

Wie Tab. 4.2 zu entnehmen ist, werden die effektiven σ -Kopplungsstärken durch diese Einschränkung der Subtraktion in allen Kanälen relativ einheitlich um ungefähr 30% vergrößert. Die Größenordnung der Effekte ist für die effektiven ρ -Kopplungsstärken in den Tabn. 4.3–4.5 ähnlich, doch ergeben sich hier sowohl Vergrößerungen als auch Verkleinerungen der Kopplungsstärken. Allein bei kleinen Kopplungsstärken wie z.B. ${}^{VV}G_{NN \rightarrow NN}^\rho$ zeigen sich deutlichere Änderungen. Diese Kopplungsstärken ergeben sich aus den Differenzen ungefähr gleich großer Spektralfunktionen, so daß kleine Änderungen der Spektralfunktionen große Effekte für diese Kopplungsstärken haben.

Tab. 4.2 verdeutlicht noch einmal die Bedeutung der $K\bar{K}$ -Bornamplituden in den Kanälen mit Strangeness ($S < 0$). Liefert die Einbeziehung der $K\bar{K}$ -Bornamplituden im NN -Kanal ungefähr 15% der Kopplungsstärke (wobei dieser Anteil überwiegend aus der Interferenz der $K\bar{K}$ - mit den $\pi\pi$ -Bornamplituden resultiert), so erbringen sie gerade in den $S = -2$ -Kanälen den Hauptbeitrag zum skalaren-isoskalaren Anteil des korrelierten Austauschs.

Im ρ -Kanal läßt sich die interessante Beobachtung machen, daß bei alleiniger Berücksichtigung der beiden ρ -Polgraphen in den $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden

${}^{ij}G_{NN \rightarrow NN}^\rho/4\pi \quad (ij = VV, VT, TV, TT)$			
	NN		
	VV	VT, TV	TT
volles Modell	1.00	5.35	28.91
ohne Baryonaustausch	0.52	2.17	9.13
Subtraktion für OBE-Modell	0.33	5.58	35.23

Tabelle 4.3: Effektive ρ -Kopplungsstärken ${}^{ij}G_{NN \rightarrow NN}^\rho$ ($ij = VV, VT, TV, TT$) an der Stelle $t = 0$ für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch im NN -Kanal. (Die Bedeutung der einzelnen Zeilen wird im Text erläutert.)

${}^{ij}G_{NY \rightarrow NY'}^\rho/4\pi \quad (ij = VV, VT, TV, TT)$								
	$N\Sigma$				$N\Lambda \rightarrow N\Sigma$			
	VV	VT	TV	TT	VV	VT	TV	TT
volles Modell	1.64	1.92	8.95	10.15	-0.15	3.97	-0.81	21.42
ohne Baryonaustausch	1.03	1.12	4.34	4.70	0.00	1.86	0.00	7.83
Subtraktion f. OBE-Modell	1.53	1.52	9.87	9.85	-0.52	4.54	-1.61	25.60

Tabelle 4.4: Wie Tab. 4.3, für die Hyperon-Nukleon-Kanäle $N\Sigma$ und $N\Lambda \rightarrow N\Sigma$.

${}^{ij}G_{AB \rightarrow AB}^\rho/4\pi \quad (ij = VV, VT, TV, TT)$							
	$\Sigma\Sigma$			$N\Xi$			
	VV	VT, TV	TT	VV	VT	TV	TT
volles Modell	2.78	3.14	4.02	0.87	-1.92	4.71	-10.38
ohne Baryonaustausch	2.06	2.23	2.42	0.52	-1.05	2.17	-4.43
Subtraktion für OBE-Modell	3.09	2.64	4.38	0.99	-2.30	5.40	-12.09

Tabelle 4.5: Wie Tab. 4.3, für die Baryon-Baryon-Kanäle mit Strangeness $S = -2$.

(zweite Zeile der Tabn. 4.3–4.5) die resultierenden effektiven Kopplungsstärken praktisch immer noch $SU(3)$ -symmetrisch sind (mit $\alpha_v^e = 1$ und $\alpha_v^m = 0.4$). Der Einfluß der $SU(3)$ -gebrochenen Baryonmassen auf die ρ -Polgraphen, für die die nackten Kopplungskonstanten $SU(3)$ -symmetrisch gewählt wurden, ist im betrachteten Energiebereich weit unterhalb der Baryon-Baryon-Schwellen also offenbar gering. Dies kann den analytischen Ausdrücken für den ρ -Polgraphen in Anhang F auch direkt entnommen werden. Die mit dem vollen Modell berechneten effektiven ρ -Kopplungsstärken sind hingegen nicht mehr $SU(3)$ -symmetrisch, wie aufgrund der Einbeziehung der nicht vernachlässigbaren Baryonaustausch-Beiträge auch nicht anders zu erwarten war.

Abhängigkeit der Resultate vom Cutoff des Dispersionsintegrals

Die Abhängigkeit der Resultate für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch von der nicht festgelegten oberen Grenze des Dispersionsintegrals, t'_{max} , wird in Tab. 4.6 für die effektiven σ -Kopplungsstärken in den $S = 0, -1$ -Baryon-Baryon-Kanälen demonstriert. Entsprechend dem Verlauf der Spektralfunktionen in Abb. 4.14 und dem „Gewichtungsfaktor“ $(t' - t)^{-1}$ in den Dispersionsintegralen stammt der Hauptbeitrag zu $G_{AB \rightarrow AB}^\sigma(t = 0)$ von dem Bereich unterhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle. Oberhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle sind die Beiträge des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs in allen Kanälen repulsiv und verringern damit die effektive Kopplungsstärke. Aus der Änderung der $G_{AB \rightarrow AB}^\sigma(t = 0)$ bei Erhöhung von t'_{max} auf $80m_\pi^2$, $100m_\pi^2$ und $120m_\pi^2$ kann sicherlich noch keine Konvergenz des Dispersionsintegrals abgelesen werden, doch sind die Beiträge aus diesem Bereich hoher t' -Werte relativ klein. Von $t'_{max} = 80m_\pi^2$ nach $t'_{max} = 120m_\pi^2$ ändern sich die effektiven σ -Kopplungsstärken um maximal 8%. Im ρ -Kanal sind die entsprechenden Variationen noch deutlich kleiner. Außerdem sind die relativen Änderungen in den verschiedenen Teilchen-

$G_{AB \rightarrow AB}^\sigma / 4\pi(t'_{max})$			
$t'_{max}[m_\pi^2]$	NN	$N\Lambda$	$N\Sigma$
50.48	6.50	3.29	3.14
80	6.25	3.03	2.78
100	6.05	2.90	2.66
120	5.87	2.81	2.58

Tabelle 4.6: Effektive σ -Kopplungsstärken $G_{AB \rightarrow AB}^\sigma(t = 0)$ in den NN - und YN -Kanälen in Abhängigkeit von der oberen Grenze t'_{max} des Dispersionsintegrals.

kanälen ungefähr gleich, so daß die relativen Größen der $G_{AB \rightarrow AB}^\sigma(t=0)$ nahezu unverändert bleiben. Durch das Abschneiden des Dispersionsintegrals (in dieser Arbeit bei $t'_{max} = 120m_\pi^2$, der ungefähren Grenze des Gültigkeitsbereichs für das hier verwendete $\pi\pi$ - $K\bar{K}$ Wechselwirkungsmodell [29]) sind die Ergebnisse für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch daher nicht willkürlich beeinflussbar.

Abhängigkeit der Resultate von den $SU(3)$ -Parametern

Die bislang diskutierten Ergebnisse sind alle mit dem Parametersatz aus Tab. 4.1 berechnet worden. Die vier Parameter $\kappa_p^{(0)}$, x_Δ , Λ_8 und Λ_{10} sind durch die Anpassung an die quasiempirischen $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden [30, 31] festgelegt. Die beiden $SU(3)$ -Parameter α_p und α_v^m können durch die quasiempirischen Daten dagegen nicht festgelegt werden, da die $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden von α_v^m nicht und von α_p nur sehr schwach abhängen. Daher wurden die beiden $F/(F+D)$ -Verhältnisse in Tab. 4.1 in Analogie zu den Jülich-Modellen der YN -Wechselwirkung [9] zunächst auf die $SU(6)$ -Werte aus dem statischen Quarkmodell [12] gesetzt:

$$\alpha_p = 0.4 \quad , \quad \alpha_v^m = 0.4 \quad . \quad (4.5)$$

Inwieweit die $SU(6)$ -Vorhersagen für die hadronischen Vertizes Gültigkeit besitzen, ist bislang noch ungeklärt. Wie die Jülich-Modelle zeigen, ist eine Beschreibung der wenigen, mit großen Fehlern behafteten Hyperon-Nukleon-Streudaten mit $SU(6)$ -symmetrischen Kopplungskonstanten möglich. In den Nijmegen-Modellen [6, 7, 8] werden die Kopplungskonstanten hingegen nur der $SU(3)$ -Symmetrie unterworfen; die $F/(F+D)$ -Verhältnisse sind daher in diesen Modellen freie Parameter. Es zeigt sich aber, daß mit Ausnahme von $\alpha_v^m = 0.588$ im Nijmegen-Modell F [7] die angepaßten $F/(F+D)$ -Verhältnisse nicht stark von den obigen $SU(6)$ -Vorhersagen abweichen.

Um zu untersuchen, wie stark die Ergebnisse für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch in der Baryon-Baryon-Wechselwirkung von den $SU(3)$ -Parametern α_p und α_v^m abhängen, werden die beiden Parameter jeweils getrennt voneinander im Intervall $[0.35, 0.45]$ um den $SU(6)$ -Wert von 0.4 variiert. In Tab. 4.7 sind die effektiven σ -Kopplungsstärken für verschiedene Werte von α_p aufgelistet. Außerdem wird unterschieden, ob die $SU(3)$ -Symmetrie für die pseudoskalaren oder für die pseudovektoriellen Kopplungen angenommen wird. Gemäß der Diskussion in Abschnitt 4.1 sind die beiden Möglichkeiten nicht äquivalent. Die Änderungen der effektiven σ -Kopplungsstärken, die sich unter der Variation von α_p zwischen 0.35 und 0.45 ergeben, sind kleiner als 10%. Gleiches gilt für die hier nicht tabellarisierten ρ -Kopplungsstärken. Dieser relativ kleine Effekt läßt sich anhand der $SU(3)$ -Relationen aus Gl. 3.78 einfach erklären. Bei einer Variation von α_p

$G_{AB \rightarrow AB}^{\sigma} / 4\pi(\alpha_p)$							
	α_p	NN	$N\Lambda$	$N\Sigma$	$\Lambda\Lambda$	$\Sigma\Sigma$	$N\Xi$
ps	0.35	5.86	2.83	2.52	1.49	1.69	1.21
	0.40	5.87	2.82	2.58	1.52	1.72	1.19
	0.45	5.90	2.84	2.70	1.59	1.80	1.19
pv	0.35	6.00	3.36	3.16	2.04	2.37	1.64
	0.40	6.00	3.31	3.28	2.04	2.46	1.57
	0.45	6.00	3.31	3.45	2.10	2.62	1.54

Tabelle 4.7: Effektive σ -Kopplungsstärken $G_{AB \rightarrow AB}^\sigma(t=0)$ in Abhängigkeit vom $F/(F+D)$ -Verhältnis α_p . Durch ps (pv) wird angezeigt, daß die $SU(3)$ -Symmetrie für die pseudoskalaren (pseudovektoriellen) Kopplungskonstanten $g_{BB'\mu}$ ($f_{BB'\mu}$) angenommen wurde. Die Spalte ps , $\alpha_p = 0.40$ stimmt mit den Werten des vollen Modells aus Tab. 4.2 überein.

verändern sich die verschiedenen Kopplungskonstanten nicht in dieselbe Richtung. Einige Beiträge zu den $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden werden daher vergrößert, andere verkleinert, so daß der Nettoeffekt relativ klein bleibt. Beim Übergang von der $SU(3)$ -Symmetrie für die pseudoskalaren Kopplungen zur $SU(3)$ -Symmetrie für die pseudovektoriellen Kopplungen ist dies anders. Mit Ausnahme der $NN\pi$ -Kopplung werden alle $BB'\mu$ -Kopplungen um einen Faktor $(M_B + M_{B'})/2M_N$ vergrößert. Dies führt dazu, daß die effektiven σ -Kopplungsstärken in den Baryon-Baryon-Kanälen mit Strangeness $S < 0$ um bis zu 40% anwachsen, während $G_{NN \rightarrow NN}^\sigma(t=0)$ nahezu unverändert bleibt. Allerdings behält die Aussage ihre Gültigkeit, daß der skalare-isoskalare Anteil des korrelierten Austauschs im NN -Kanal deutlich größer als in den YN -Kanälen und in diesen wiederum größer als in den $S = -2$ -Kanälen ist. Für die Ergebnisse des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs ist also weniger die Wahl des $F/(F+D)$ -Verhältnisses α_p von Bedeutung als vielmehr die Festlegung, ob die $SU(3)$ -Symmetrie für die pseudoskalaren oder pseudovektoriellen Kopplungskonstanten anzuwenden ist.

Durch das $F/(F+D)$ -Verhältnis α_v^m werden die nackten Tensorkopplungen $f_{BB'\rho}^{(0)}$ in den ρ -Polgraphen festgelegt. α_v^m geht also nur im ρ -Kanal in die Berechnung des korrelierten Austauschs ein. In Tab. 4.8 sind die effektiven ρ -Kopplungsstärken, die von α_v^m abhängen, für verschiedene Werte von α_v^m aufgeführt. Aus der Variation von α_v^m resultieren große Änderungen in den effektiven Kopplungsstärken, vor allem natürlich in den Tensor-Tensor-Anteilen $^{TT}G_{AB \rightarrow CD}^\rho(t=0)$. Dies zeigt noch einmal, daß die Stärke des korrelierten Austauschs im ρ -Kanal entscheidend von den Para-

${}^{VT,TT}G_{AB \rightarrow CD}^\rho / 4\pi(\alpha_v^m)$								
α_v^m	$N\Sigma$		$N\Lambda \rightarrow N\Sigma$		$\Sigma\Sigma$		$N\Xi$	
	VT	TT	VT	TT	$VT = TV$	TT	VT	TT
0.35	1.55	8.18	4.18	22.56	2.53	2.68	-2.29	-12.35
0.40	1.92	10.15	3.97	21.42	3.14	4.02	-1.92	-10.38
0.45	2.28	12.13	3.76	20.28	3.76	5.64	-1.56	-8.41

Tabelle 4.8: Effektive ρ -Kopplungsstärken ${}^{VT}G_{AB \rightarrow CD}^\rho(t=0)$ und ${}^{TT}G_{AB \rightarrow CD}^\rho(t=0)$ in Abhängigkeit vom $F/(F+D)$ -Verhältnis α_v^m . Alle hier nicht aufgeführten effektiven Kopplungsstärken sind von α_v^m unabhängig.

metern der ρ -Polgraphen für den Übergang $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ bestimmt wird (vgl. Abschnitt 4.3).

An dieser Stelle ist zu bemerken, daß beim Einbau des dispersionstheoretisch berechneten korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs in ein Modell der Baryon-Baryon-Wechselwirkung die $SU(3)$ -Parameter im s - und t -Kanal konsistent gewählt werden sollten. Durch den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch werden daher keine neuen Parameter in das Modell eingeführt, da die $F/(F+D)$ -Verhältnisse α_p und α_v^m bereits Parameter der s -Kanal-Prozesse sind und die verbleibenden Parameter des mikroskopischen Modells der $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ Amplituden durch die Anpassung an die quasiempirischen Daten [30, 31] festgelegt sind.

Vergleich mit den σ - und ρ -Kopplungsstärken der NN - und YN -Wechselwirkungsmodelle

Im NN -Kanal können die effektiven σ - und ρ -Kopplungsstärken auch aus den quasiempirischen $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden [30, 31] berechnet werden. Die entsprechenden Spektralfunktionen wurden bereits in Zusammenhang mit der Abb. 4.17 diskutiert. Die Ergebnisse für das Produkt aus effektiven Kopplungsstärken und Formfaktoren im σ - und ρ -Kanal der NN -Wechselwirkung sind in Abb. 4.19 dargestellt. Da die quasiempirischen Amplituden in Ref. [31] nur bis $t'_{max} = 50m_\pi^2$ angegeben sind, wurde der Cutoff des Dispersionsintegrals für die Rechnung mit den quasiempirischen Daten (gestrichelte Linie) auf ebendiesen Wert gesetzt. Die mit dem mikroskopischen Modell für die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden und einem Cutoff von $t'_{max} = 120m_\pi^2$ ($50m_\pi^2$) erzielten Resultate sind durchgezogen (punktiert) dargestellt. Die Abb. 4.19 enthält außerdem die Werte für den im Bonn-Potential [1] verwendeten σ' - und ρ -Austausch.

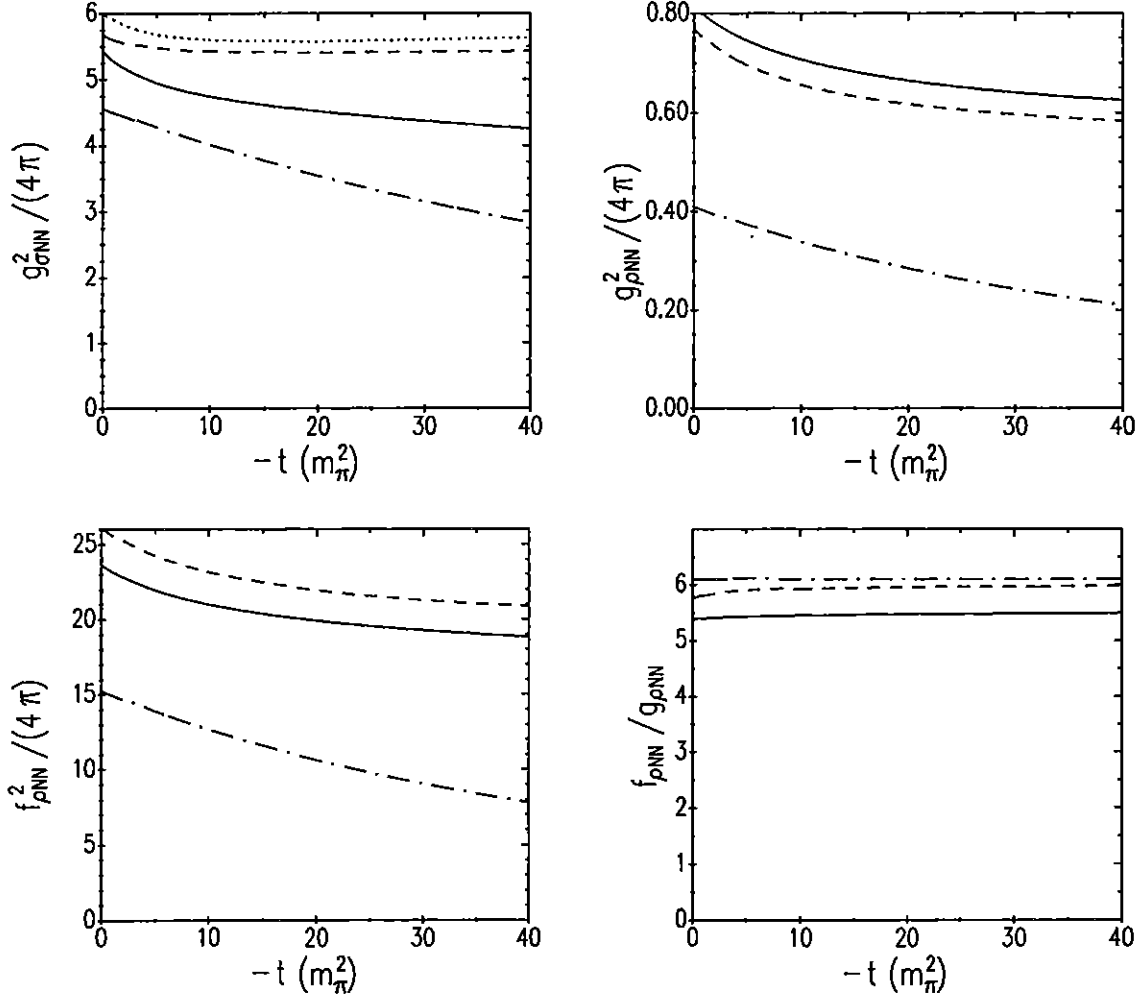


Abbildung 4.19: Effektive Stärke der NN -Wechselwirkung im σ - und ρ -Kanal als Funktion des Impulsübertrages $t < 0$. Dargestellt sind unter Einbeziehung der Formfaktoren $g_{\sigma NN}^2 \equiv G_{NN \rightarrow NN}^\sigma$, $g_{\rho NN}^2 \equiv {}^{VV}G_{NN \rightarrow NN}^\rho$, $f_{\rho NN}^2 \equiv {}^{TT}G_{NN \rightarrow NN}^\rho$ und $f_{\rho NN}/g_{\rho NN} \equiv [{}^{TT}G_{NN \rightarrow NN}^\rho / {}^{VV}G_{NN \rightarrow NN}^\rho]^{1/2}$. Die durchgezogene Kurve ist mit dem mikroskopischen Modell für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch und $t'_{max} = 120m_\pi^2$ berechnet worden. Für $g_{\sigma NN}^2$ sind außerdem die Ergebnisse des mikroskopischen Modells für $t'_{max} = 50m_\pi^2$ dargestellt (punktierte Kurve). Die gestrichelte Kurve folgt aus den quasiempirischen $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden [30, 31]. Die effektive Stärke des σ' - bzw. ρ -Austauschs im Bonn-Potential [1] ist strich-punktiert dargestellt.

Im σ -Kanal sind die mit dem gleichen Cutoff $t'_{max} = 50m_\pi^2$ berechneten Ergebnisse der quasiempirischen Amplituden und des mikroskopischen Modells nahezu identisch. Der etwas stärkere Anstieg der Spektralfunktion ρ_S^σ des mikroskopischen Modells bei kleinen t' -Werten (s. Abb. 4.17) kompensiert also in etwa das größere Maximum der „quasiempirischen“ Spektralfunktion bei $t' \approx 20m_\pi^2$. Wird der Cutoff des Dispersionsintegrals auf $t'_{max} = 120m_\pi^2$ erhöht, ergeben sich mit dem mikroskopischen Modell durchaus beachtliche Änderungen. Durch die repulsiven Beiträge der Spektralfunktion oberhalb von $t' = 50m_\pi^2$ wird einerseits die Stärke des korrelierten Austauschs insgesamt herabgesetzt, wie dies bereits in Zusammenhang mit Tab. 4.2 für die effektive σ -Kopplungsstärke an der Stelle $t = 0$ diskutiert wurde. Andererseits ergibt sich eine stärkere t -Abhängigkeit, da die Unterdrückung (relativ zu den Beiträgen unterhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle) der hohen t' -Beiträge im Dispersionsintegral durch den Gewichtungsfaktor $(t' - t)^{-1}$ für negativer werdende t -Werte immer schwächer wird. Mit wachsendem $-t$ werden diese repulsiven Beiträge also immer wichtiger. Daher führen sie verglichen mit den Ergebnissen der Rechnung mit $t'_{max} = 50m_\pi^2$ zu einem stärkeren Abfall der Kopplungsstärke.

Die effektive Stärke des σ' -Austauschs im Bonn-Potential [1] beträgt bei $t = 0$ nur ungefähr 85% der Stärke des mit dem mikroskopischen Modell und $t'_{max} = 120m_\pi^2$ berechneten korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs. Außerdem ist die t -Abhängigkeit des σ' -Austauschs etwas stärker als die des mikroskopischen Modells. Von dem quasiempirischen Resultat weicht der σ' -Austausch noch stärker ab. Durch die Einbeziehung der repulsiven Beiträge oberhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle in die dispersionstheoretische Berechnung verringern sich die Unterschiede zwischen dem σ' -Austausch und dem korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch.

Im ρ -Kanal besitzen die Beiträge zum Dispersionsintegral oberhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle weitaus geringere Bedeutung, so daß die Wahl des Cutoffs $t'_{max} > 50m_\pi^2$ die Ergebnisse nur unwesentlich beeinflußt. Daher wurde für den ρ -Kanal auf die Darstellung der punktierten Kurve in Abb. 4.19 verzichtet. Die mit dem mikroskopischen Modell ($t'_{max} = 120m_\pi^2$) und die mit den quasiempirischen Amplituden ($t'_{max} = 50m_\pi^2$) berechneten Ergebnisse stimmen im ρ -Kanal bis auf ungefähr 10% überein. Vergleicht man diese Ergebnisse aber mit den Resultaten der dispersionstheoretischen Rechnungen von Kim [24], so ergeben sich deutlichere Abweichungen von bis zu 30%, obwohl die $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden dort ebenfalls in guter Übereinstimmung mit den quasiempirischen Amplituden stehen. Der Grund für diese Abweichungen in den effektiven Kopplungsstärken (und den Spektralfunktionen) ist, daß die Subtraktion der unkorrelierten Terme von den Diskontinuitäten modellabhängig ist. So weicht die Parametrisierung des Nukleon- und vor allem des Δ -Austauschs in beiden Modellen deutlich voneinander ab: $f_{N\Delta\pi}^2 = 0.224$ in Ref. [24] (hier: 0.36), $\Lambda_{N\Delta\pi} = 2.1 \text{ GeV}$ [24] (hier: 1.7 GeV). Daß beide Modelle trotz dieser Unterschiede in den Baryonaustauschprozessen eine vergleichbare Beschreibung der

quasiempirischen Daten liefern, erklärt sich damit, daß in Ref. [24] der ρ -Polgraph, der in dieser Arbeit einen wesentlichen Beitrag zu den $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden im ρ -Kanal liefert, nicht berücksichtigt wird.

Der ρ -Austausch im Bonn-Potential ist sowohl im Vektor- (50%) als auch im Tensoranteil (60%) deutlich schwächer als der korrelierte $\pi\pi$ -Austausch. Außerdem ist die t -Abhängigkeit der Ergebnisse im Falle des ρ -Austauschs deutlich stärker als für den korrelierten $\pi\pi$ -Austausch. Grund für beide Phänomene ist der sehr weiche Formfaktor am $NN\rho$ -Vertex im Rahmen des Bonn-Potentials [1] ($\Lambda_{NN\rho} = 1.4 \text{ GeV}$). Dieser Formfaktor reduziert die Stärke des ρ -Austauschs bei $t = 0$ bereits um 50% und besitzt im hier betrachteten t -Bereich eine deutlich stärkere t -Abhängigkeit als die harten Formfaktoren ($\Lambda_\rho = 2.5 \text{ GeV}$) der dispersionstheoretischen Rechnung.

Die mittlere Größe der effektiven Kopplungsstärken ist nur ein ungefähres Maß für die Stärke des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs in den verschiedenen Teilchenkanälen. Die genaue Energieabhängigkeit des korrelierten Austauschs sowie seine relative Stärke in den verschiedenen Partialwellen der s -Kanal-Reaktion wird erst durch das Spektrum der ausgetauschten invarianten Massen festgelegt. Dieses Massenspektrum, das durch die Spektralfunktionen aus Abschnitt 4.4 gegeben ist, spiegelt sich in den unterschiedlichen t -Abhängigkeiten der effektiven Kopplungsstärken wider. In Abb. 4.20 ist nun das vom skalaren-isoskalaren Anteil des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs im NN -Kanal generierte On-shell-Potential in den Partialwellen mit Spin $S = 0$ und Bahndrehimpuls $L = 0, 2, 4$ dargestellt. Bis auf die punktierte Linie entspricht die Zuordnung der Linientypen den Festlegungen aus Abb. 4.19. In den betrachteten Partialwellen, in denen aufgrund des verschwindenden Spins der Spin-Bahn-Term der σ -artigen Austauschprozesse [1] nicht beiträgt, ist das Potential wie erwartet attraktiv.

In Anbetracht der deutlichen Unterschiede in der Spektralfunktion $\rho_S^g(t)$ (s. Abb. 4.17) weichen die mit dem mikroskopischen Modell für die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Amplituden (durchgezogene Linie) und die mit den quasiempirischen $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden (gestrichelte Linie) berechneten Potentiale insbesondere in den niedrigen Partialwellen ($^1S_0, ^1D_2$) nur schwach voneinander ab. Liefern in der 1S_0 -Partialwelle die quasiempirischen Amplituden den etwas attraktiveren Beitrag, so ist in der 1G_4 -Partialwelle das aus dem mikroskopischen Modell abgeleitete Potential um rund 20% größer als das quasiempirische Ergebnis. Diese auch in Ref. [24] gemachte Beobachtung ist dem Umstand zuzuschreiben, daß mit zunehmendem Bahndrehimpuls L das Potential immer stärker von den langreichweitigen Anteilen der Wechselwirkung (entsprechend kleinen ausgetauschten Massen bzw. kleinen t' -Werten im Falle des korrelierten Austauschs) dominiert wird. Im Bereich kleiner $t' < 10m_\pi^2$ ist die Spektralfunktion des mikroskopischen Modells aber größer als das quasiempirische Resultat (vgl. Abb. 4.17), so daß das mikroskopische Modell in den hohen Partialwellen das stärkere Potential liefert. In der 1S_0 -Partialwelle dagegen tragen auch die

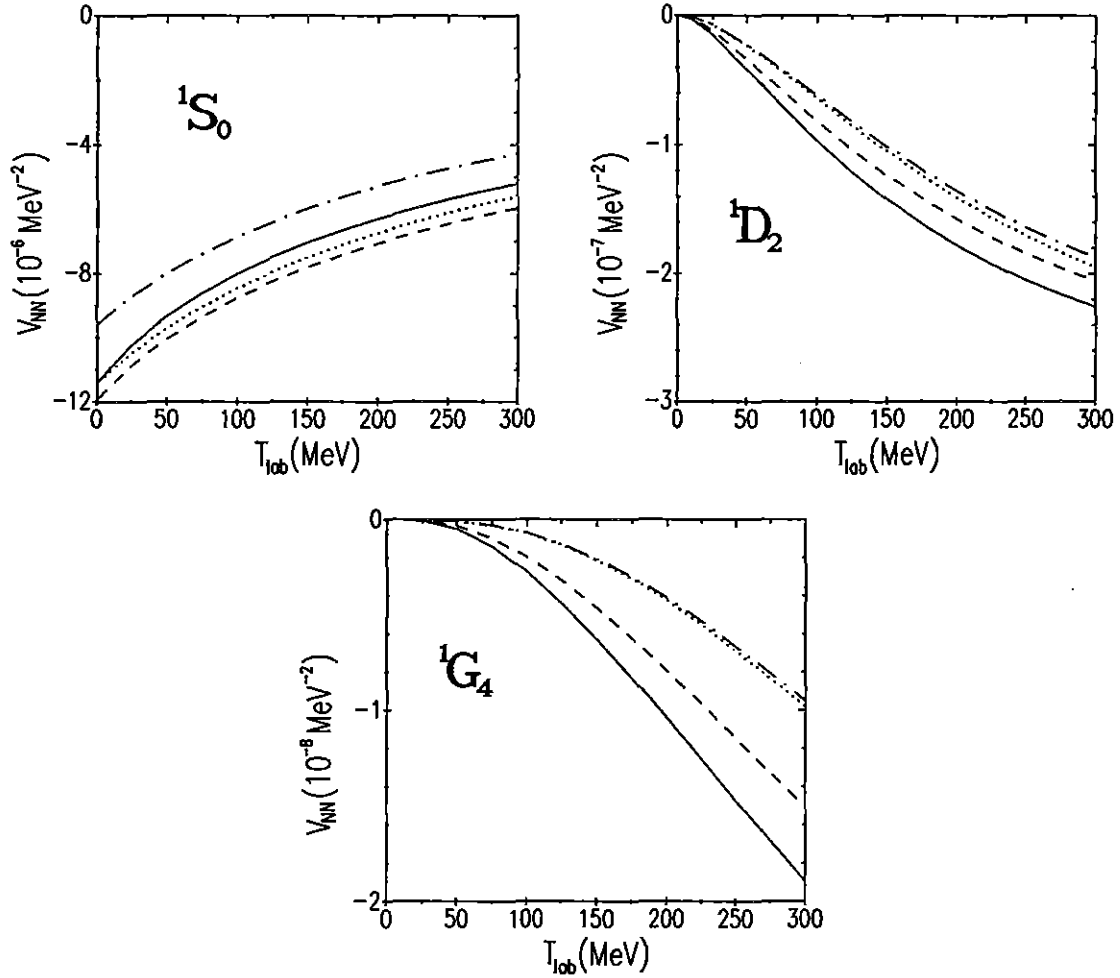


Abbildung 4.20: Das vom σ -artigen Anteil des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs im NN -Kanal generierte On-shell-Potential in verschiedenen Partialwellen als Funktion der kinetischen Energie im Laborsystem. Die durchgezogene Linie ist das Ergebnis des in dieser Arbeit konstruierten mikroskopischen Modells (mit $t'_{max} = 120m_\pi^2$). Wird dieses Ergebnis durch σ -Austausch parametrisiert und dann die Kopplungsstärke $G_{NN \rightarrow NN}^\sigma(t)$ konstant auf den Wert an der Stelle $t = 0$ gesetzt, ergibt sich die gepunktete Linie. Das Resultat der auf den quasiempirischen $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden [30, 31] basierenden dispersionstheoretischen Rechnung ist gestrichelt dargestellt. Die strich-punktierte Linie schließlich entspricht dem σ' -Austausch im Bonn-Potential [1].

mittel- und kurzreichweitigen Austauschprozesse zum Potential bei. Da die attraktiven Beiträge mittlerer Reichweite ($10m_\pi^2 < t' < 30m_\pi^2$) bei Verwendung der quasiempirischen Amplituden deutlich stärker sind und die sehr kurzreichweitigen, repulsiven Beiträge oberhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle (s. Abb. 4.14) nur in der Rechnung mit dem mikroskopischen Modell berücksichtigt werden, ergibt sich in der 1S_0 -Partialwelle mit den quasiempirischen Amplituden das etwas stärkere Potential.

Der σ' -Austausch ($m_{\sigma'} = 550 \text{ MeV}$, $g_{NN\sigma'}^2/4\pi = 5.6893$, $\Lambda_{NN\sigma'} = 1.7 \text{ GeV}$), im Bonn-Potential [1] zur Parametrisierung des korrelierten $\pi\pi$ -Austauschs eingeführt, liefert die strich-punktierte Linie in Abb. 4.20. Wie bereits in Ref. [24] ausführlich diskutiert wurde, ist das vom σ' -Austausch generierte NN -Potential in den S - und P -Wellen etwas schwächer (in 1S_0 um ca. 15%) als die dispersionstheoretisch berechneten Ergebnisse für den korrelierten Austausch. In den hohen Partialwellen ($L \geq 4$) dagegen wird die Stärke des korrelierten Austauschs vom σ' -Austausch deutlich unterschätzt. Beim σ' -Austausch, der einer zu $\delta(t' - m_{\sigma'}^2)$ proportionalen Spektralfunktion entspricht, fehlen nämlich die langreichweitigen Anteile der korrelierten Prozesse, die die Hauptbeiträge in den hohen Partialwellen liefern.

Wird der mit dem mikroskopischen Modell berechnete korrelierte $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch wie zuvor (s. Gl. 4.4) durch σ -Austausch parametrisiert und dann die effektive Kopplungsstärke $G_{NN \rightarrow NN}^\sigma(t)$ konstant auf den Wert an der Stelle $t = 0$ gesetzt (s. Tab. 4.2), so ergibt sich die punktierte Linie in Abb. 4.20. An der NN -Schwelle ($T_{lab} = 0$) muß für die On-shell-Amplituden das Quadrat des 4-Impulsübertrages verschwinden: $t = 0$. Bei $T_{lab} = 0$ stimmt daher die Näherung (punktiert) mit dem exakten Ergebnis (durchgezogen) für den korrelierten Austausch genau überein. In der 1S_0 -Partialwelle ist die Übereinstimmung darüberhinaus im gesamten Energiebereich recht gut. Wie beim σ' -Austausch des Bonn-Potentials treten aber in den höheren Partialwellen aufgrund der fehlenden langreichweitigen Anteile große Abweichungen von dem exakten Resultat auf. Die Kopplungsstärken des effektiven σ -Austauschs ($G_{NN \rightarrow NN}^\sigma(0)/4\pi = 5.87$) und des σ' -Austauschs im Bonn-Potential (s.o.) sind nahezu gleich. Da sich die Cutoff-Massen allerdings deutlich unterscheiden ($\Lambda_{\sigma NN} = 2.8 \text{ GeV}$, $\Lambda_{\sigma' NN} = 1.7 \text{ GeV}$), ist der σ -Austausch in den niedrigen Partialwellen (1S_0) etwas stärker als der σ' -Austausch. In den hohen Partialwellen (1G_4) ist der Einfluß der Formfaktoren dagegen vernachlässigbar [1], so daß hier die Ergebnisse des σ - und σ' -Austauschs (zufällig) übereinstimmen. Die Ersetzung des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs durch den Austausch eines scharfen σ -Mesons mit t -unabhängiger Kopplungsstärke kann für einzelne Partialwellen (z.B. die S -Wellen) eine akzeptable Näherung sein. Im Hinblick auf die gleichzeitige Beschreibung sowohl der niedrigen als auch der hohen Partialwellen stellt sie aber eine unzulässige Vereinfachung dar.

Die effektiven σ - und ρ -Kopplungsstärken des $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs in den Baryon-Baryon-Kanälen mit nichtverschwindender Strangeness können mit den Wer-

	NN	$N\Lambda$	$N\Sigma$	$\Lambda\Lambda$	$\Sigma\Sigma$	$N\Xi$
$\pi\pi + K\bar{K}$	1	0.49	0.41	0.26	0.30	0.19
OBEPT [1] & Jülich A [9]	1	0.45	0.63	0.34	0.66	
Nijmegen D [6]	1	1	1	1	1	1
Nijmegen F [7]	1	0.74	0.61	0.55	0.37	0.41
Nijmegen SC [8]	1	0.58	0.45	0.34	0.20	0.10

Tabelle 4.9: Stärke der σ -artigen Austauschbeiträge bei $t = 0$ in den verschiedenen Baryon-Baryon-Wechselwirkungen relativ zum NN -Kanal. Beim $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch sind nur die unkorrelierten Terme subtrahiert worden, die im s -Kanal durch die Iteration eines OBE-Modells generiert werden (s. Tab. 4.2). Für die OBE-Modelle wurden die Werte aus den Kopplungskonstanten des σ - (OBEPT & Jülich A unter Berücksichtigung der Formfaktoren sowie Mittelung über die verschiedenen Isospin-Kanäle) bzw. ϵ -Mesons (Nijmegen-Modelle mit der $\Xi\Xi\epsilon$ -Kopplung aus $SU(3)$) bestimmt.

ten aus den Hyperon-Nukleon-Wechselwirkungsmodellen der Jülich- und der Nijmegen-Gruppe verglichen werden. Da es sich dabei mit Ausnahme des Jülich-Modells B (das im folgenden nicht weiter betrachtet wird) um OBE-Modelle handelt, werden die dispersionstheoretischen Resultate zum Vergleich herangezogen, bei denen nur die zur Vermeidung einer Doppelzählung im s -Kanal erforderlichen Subtraktionen ausgeführt wurden (s.o.). Die effektiven Kopplungsstärken des $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs sind ebenso wie die Kopplungsstärken des σ - und ρ -Austauschs in den Jülich-Modellen (aufgrund der Formfaktoren) t -abhängig, wobei diese t -Abhängigkeit in den betrachteten Teilchenkanälen durchaus verschieden sein kann (s. z.B. Abb. 4.18). Ferner ist im Falle der Nijmegen-Modelle [6, 7, 8], die das breite skalare-isoskalare ϵ -Meson (ebenso wie das ρ -Meson) in einer Zwei-Pol-Approximation behandeln [16], nicht klar, wie die mit dem korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch zu vergleichende *absolute Stärke* des Wechselwirkungsterms festzulegen ist. Daher werden in Tab. 4.9 für den σ -Kanal nur die relativen Kopplungsstärken in den verschiedenen Teilchenkanälen eines Modells miteinander verglichen. Dazu werden innerhalb eines jeden Modells die Kopplungsstärken im NN -Kanal auf 1 gesetzt und die Kopplungsstärken in den anderen Teilchenkanälen dann relativ dazu angegeben.

Offenbar ist bis auf das Nijmegen-Modell D, in dem das $SU(3)$ -Singulett ϵ mit einheitlicher Stärke an die Baryonen ankoppelt, in allen Modellen die σ -artige Wechselwirkung im NN -Kanal mit Abstand am stärksten. Bei negativer werdender Strangeness des Zwei-Baryonen-Systems verringert sich dann die Stärke des skalaren-isoskalaren Anteils der Wechselwirkung. Ein Vergleich der Vorhersagen der disper-

	NN		$N\Sigma$		$N\Lambda \rightarrow N\Sigma$	
	VV	TT	VV	TT	VV	TT
$\pi\pi + K\bar{K}$	0.28	28.87	1.25	8.07	-0.43	20.97
OBEPT [1] & Jülich A [9]	0.50	18.57	0.79	8.87	0	9.84
Nijmegen D [6]	0.35	23.20	0.71	15.51	0	17.82
Nijmegen F [7]	0.63	27.34	1.25	28.76	0	14.96
Nijmegen SC [8]	0.79	14.16	1.59	7.79	0	11.85

Tabelle 4.10: Stärke der ρ -artigen Austauschbeiträge bei $t = 0$ in den verschiedenen Baryon-Baryon-Wechselwirkungen mit $S = 0, -1$. Die Werte für den $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch entsprechen den effektiven ρ -Kopplungsstärken aus der dritten Zeile der Tabn. 4.3–4.5 unter Einbeziehung der Formfaktoren für den effektiven ρ -Austausch. Für die OBE-Modelle wurden die Werte aus den Kopplungskonstanten des ρ -Mesons bestimmt (im Falle von OBEPT & Jülich A unter Berücksichtigung der Formfaktoren).

sionstheoretischen Berechnung des $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs mit den Werten der einzelnen Modelle zeigt, daß das Nijmegen-Soft-Core Modell [8] den Ergebnissen des $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs am nächsten kommt. Das Jülich-Modell A, für das aufgrund des phänomenologischen Charakters des σ -Austauschs keine Kopplungsstärke im $N\Xi$ -Kanal angegeben werden kann, weicht im $N\Sigma$ - und $\Sigma\Sigma$ -Kanal doch deutlich von den dispersionstheoretischen Vorhersagen ab.

In Tab. 4.10 sind die Kopplungsstärken des ρ -Austauschs in den verschiedenen OBE-Modellen zusammen mit den Vorhersagen der dispersionstheoretischen Rechnung aufgelistet. Um den Vergleich von Vektor-Vektor- (VV) und Tensor-Tensor-Komponente (TT) zu ermöglichen, sind die Absolutwerte der Kopplungsstärken angegeben, obgleich die zuvor gemachten Einschränkungen hinsichtlich der Vergleichbarkeit der Absolutwerte auch im ρ -Kanal gelten. Alle hier betrachteten OBE-Modelle nehmen für die Vektorkopplung des ρ -Mesons die universelle Kopplung an den Isospinstrom an. Dadurch ist die relative Größe der Vektor-Vektor-Komponente des ρ -Austauschs in den verschiedenen Teilchenkanälen (im Jülich-Modell bis auf Formfaktoren) festgelegt: Sie ist im $N\Sigma$ -Kanal doppelt so groß wie im NN -Kanal und verschwindet für den Übergang $N\Lambda \rightarrow N\Sigma$. Das dispersionstheoretische Resultat weicht hiervon deutlich ab, wie sich an der nichtverschwindenden Vektor-Vektor-Komponente im $N\Lambda \rightarrow N\Sigma$ Übergang sofort ablesen läßt. Durch die nicht vernachlässigbaren Baryonaustauschprozesse im ρ -Kanal der $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi$ Amplituden gilt die für die nackten ρ -Kopplungen verwendete $SU(3)$ -Symmetrie für die Endergebnisse der dispersionstheoretischen Rechnung nicht mehr. Die relative Größe der

Tensor-Tensor-Komponenten in den verschiedenen Teilchenkanälen ist für die einzelnen OBE-Modelle recht unterschiedlich. Die dispersionstheoretischen Resultate für die Tensor-Tensor-Komponente sind im NN -Kanal und für $N\Lambda \rightarrow N\Sigma$ zwar vergleichsweise groß, doch fallen sie nicht sehr stark aus der Streuung der OBE-Werte heraus.

Die Vorhersagen der dispersionstheoretischen Rechnung für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch im σ - und ρ -Kanal stehen also nicht in grobem Widerspruch zu den an die empirischen Daten angepaßten σ - und ρ -Kopplungsstärken der verschiedenen OBE-Modelle. Von daher ist im Hinblick auf den Einbau des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs in ein OBE-Modell für die NN - und YN -Wechselwirkung zu erwarten, daß mit diesem um die Parameter für den σ - und ρ -Austausch reduzierten Modell eine vernünftige Beschreibung der empirischen Daten zu erreichen ist.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Wesentlicher Bestandteil der Baryon-Baryon-Wechselwirkungen ist die starke Attraktion mittlerer Reichweite. Durch diesen Anteil der Wechselwirkung sowie die zugehörige Spin-Bahn-Kraft vergleichbarer Reichweite wird beispielsweise die Struktur von (Hyper-)Kernen entscheidend beeinflusst. Im Mesonenspektrum findet die mittelreichweitige Attraktion, die durch den Austausch eines skalaren-isoskalaren Mesons mit einer Masse von rund $500 - 700 \text{ MeV}$ beschrieben werden kann, jedoch keine unmittelbare Entsprechung. Ein solches σ - oder ϵ -Meson ist experimentell nicht (gesichert) nachgewiesen worden [15]. Geht man aber wie beispielsweise im Bonn- NN -Potential [1] über den Ansatz der Ein-Boson-Austausch-Modelle hinaus, wird der mittelreichweitige Anteil der Wechselwirkung in natürlicher Weise von den Zwei-Pion-Austauschprozessen generiert. Neben den unkorrelierten Prozessen ist dabei der korrelierte Zwei-Pion-Austausch, also die Klasse von Prozessen, in denen die beiden ausgetauschten Pionen miteinander in Wechselwirkung treten, zu berücksichtigen. Tatsächlich liefert der korrelierte Austausch den Hauptbeitrag zur mittelreichweitigen Attraktion der Baryon-Baryon-Wechselwirkung.

Gerade im skalaren-isoskalaren Kanal der $\pi\pi$ -Wechselwirkung ist die Ankopplung an das $K\bar{K}$ -System sehr stark. Ein Modell, das die empirischen Daten in dieser Partialwelle bis zu Energien deutlich oberhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle zufriedenstellend beschreiben soll, muß daher den $K\bar{K}$ -Kanal explizit berücksichtigen. Da der Kaon-Austausch außerdem unverzichtbarer Bestandteil der Hyperon-Nukleon-Wechselwirkungsmodelle ist, wird eine simultane Untersuchung des Zwei-Pion- und Zwei-Kaon-Austauschs nahegelegt. In dieser Arbeit ist daher der korrelierte $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch in verschiedenen Baryon-Baryon-Kanälen feldtheoretisch berechnet worden. Den Ausgangspunkt der Rechnungen bildet ein mikroskopisches Modell für die Übergangsamplituden des Baryon-Antibaryon-Systems ($B\bar{B}'$) in zwei pseudoskalare Mesonen ($\pi\pi$, $K\bar{K}$) bei Energien unterhalb der $B\bar{B}'$ -Schwelle. Die Korrelationen zwischen den beiden Mesonen werden in Form der ebenfalls feldtheoretisch berechneten [25, 29] $\pi\pi$ - $K\bar{K}$ -Amplituden, die in guter Übereinstimmung mit

den empirischen Daten stehen, exakt berücksichtigt. Durch die Ausnutzung der Unitarität und die Anwendung dispersionstheoretischer Methoden können aus den $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi$, $K\bar{K}$ Amplituden die Amplituden für den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch im $J^P = 0^+$ (σ -Kanal) und $J^P = 1^-$ (ρ -Kanal) t-Kanal bestimmt werden.

Die Ergebnisse für die $N\bar{N} \rightarrow \pi\pi$ Amplituden können im pseudophysikalischen Bereich mit quasiempirischen Daten, die aus der analytischen Fortsetzung von πN - und $\pi\pi$ -Streudaten bestimmt wurden, verglichen werden. Durch die Anpassung der vier freien Parameter des mikroskopischen Modells ergibt sich insbesondere im ρ -Kanal eine gute Übereinstimmung mit den Daten. Im σ -Kanal sind hingegen einige Abweichungen von den Daten zu beobachten, die angesichts der Unsicherheiten der quasiempirischen Daten jedoch vertretbar sind.

Im σ -Kanal nimmt die Stärke des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs mit negativer werdender Strangeness S des Baryon-Baryon-Systems ab. Im NN -Kanal ist der skalare-isoskalare Anteil des korrelierten Austauschs um ungefähr einen Faktor 2 stärker als in den beiden Hyperon-Nukleon-Kanälen ($N\Lambda$, $N\Sigma$) und um einen Faktor 3 bis 4 stärker als in den $S = -2$ -Kanälen ($\Lambda\Lambda$, $\Sigma\Sigma$, $N\Xi$). Im NN -Kanal ist der Einfluß der direkten Ankopplung des $K\bar{K}$ -Systems an die Nukleonen nur gering. Bei Vernachlässigung der $N\bar{N} \rightarrow K\bar{K}$ Bornamplituden ändert sich das NN -On-shell-Potential um ungefähr 10–15%. In den Baryon-Baryon-Kanälen mit nichtverschwindender Strangeness dagegen liefern die $N\bar{N} \rightarrow K\bar{K}$ Bornamplituden wichtige Beiträge zum korrelierten σ -artigen Austausch. Dies ist auf die unterschiedlichen Kopplungskonstanten und Isospinfaktoren und insbesondere auf die unterschiedlichen Massenverhältnisse in den Baryon-Antibaryon-Kanälen zurückzuführen.

Im ρ -Kanal des korrelierten Austauschs spielt der $K\bar{K}$ -Kanal eine unbedeutende Rolle. Die Korrelationen werden von der ρ -Resonanz in der $\pi\pi$ -Wechselwirkung dominiert. Von den verschiedenen $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi$, $K\bar{K}$ Bornamplituden liefert die direkte Ankopplung der ρ -Resonanz an die Baryonen in Form des ρ -Polgraphen die Hauptbeiträge zum korrelierten Austausch.

Die Abhängigkeit der Resultate von der oberen Grenze („Cutoff“) des Dispersionsintegrals ist nur klein. Dies rechtfertigt im nachhinein dieses wegen des begrenzten Gültigkeitsbereichs des $\pi\pi$ -Wechselwirkungsmodells eingeführte Verfahren. Eine gewisse Unsicherheit in den Resultaten des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs wird durch die Möglichkeit induziert, die $SU(3)$ - bzw. $SU(6)$ -Relationen entweder auf die pseudoskalaren oder auf die pseudovektoriellen Kopplungskonstanten anzuwenden. Das gleiche Problem stellt sich aber auch schon in den OBE-Modellen der Hyperon-Nukleon-Wechselwirkung. Letztendlich muß durch den Vergleich mit dem Experiment entschieden werden, welche „Theorie“ (pseudoskalare oder pseudovektorielle Kopplungen $SU(3)$ -symmetrisch) die richtige ist. Beschränkt man sich statt der $SU(6)$ -Symmetrie für die Kopplungskonstanten auf die $SU(3)$ -Symmetrie, so hängen die Ergebnisse für den korrelierten Austausch von den beiden $F/(F + D)$ -

Verhältnissen α_p und α_v^m ab. Während die Abhängigkeit von α_p nur schwach ist, resultieren aus der Variation von α_v^m doch deutliche Änderungen in den Vorhersagen des Modells für den korrelierten Austausch im ρ -Kanal¹. Auch hier kann eine Entscheidung über die korrekte Wahl von α_p und α_v^m nur durch den Vergleich mit dem Experiment erfolgen. Allerdings ist zu betonen, daß diese Parameter nicht eigens in das Modell des korrelierten Austauschs eingeführt worden sind, sondern bereits in den OBE-Modellen der Hyperon-Nukleon-Wechselwirkung auftreten. Durch den Einbau des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs in Baryon-Baryon-Wechselwirkungsmodelle werden daher keine neuen Parameter eingeführt. Vielmehr ergibt sich durch die Elimination des σ - und des ρ -Austauschs eine Reduktion der Anzahl der freien Parameter und damit eine deutlich verbesserte Vorhersagekraft der jeweiligen Modelle.

Die in den Baryon-Baryon-Wechselwirkungsmodellen übliche Ersetzung des skalaren-isoskalaren Anteils der korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschprozesse durch den Austausch eines σ -Mesons mit scharf definierter Masse stellt eine unzulässige Näherung dar. Aufgrund der fehlenden langreichweitigen Anteile kann der σ -Austausch niemals die Struktur des korrelierten Austauschs über den gesamten Partialwellen- und Energiebereich reproduzieren.

Mit dem in dieser Arbeit konstruierten Modell ist es nun möglich, den korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austausch in den verschiedenen Baryon-Baryon-Kanälen exakt zu berücksichtigen. Durch die Elimination des phänomenologischen σ - und ρ -Austauschs wird die Vorhersagekraft der Baryon-Baryon-Wechselwirkungsmodelle insbesondere in den Kanälen, für die nur wenige empirische Informationen existieren, deutlich erhöht. Klar ist aber auch, daß der Einbau des korrelierten Austauschs in ein bestehendes Wechselwirkungsmodell (z.B. das Bonn- NN -Potential [1] und die Jülich- YN -Modelle [9]) eine Neuanpassung der freien Modellparameter an die empirischen Daten nach sich ziehen muß. Ist eine solche Anpassung der Parameter für den NN -Kanal und die YN -Kanäle vorgenommen, so kann das Wechselwirkungsmodell durch Anwendung von $SU(3)$ -Argumenten auf die Baryon-Baryon-Kanäle mit Strangeness $S = -2$ parameterfrei erweitert werden. Damit ergibt sich im Rahmen der Bonn-Jülich-Modelle zum ersten Mal die Möglichkeit, wohlbegründete Aussagen über die Existenz von gebundenen Baryon-Baryon-Zuständen mit Strangeness $S = -2$ zu machen. Für die Analyse der Experimente zur Suche nach dem H-Dibaryon sind solche Informationen von großer Bedeutung.

Eine andere mögliche Weiterentwicklung des hier vorgestellten Modells hängt mit der Untersuchung der nichtmesonischen schwachen Zerfälle von Λ -Hyperkernen zusammen. Der entsprechende Zwei-Teilchen-Prozeß lautet $\Lambda N \rightarrow NN$. Die theoretischen Untersuchungen der nichtmesonischen schwachen Zerfälle im Rahmen des

¹Die Resultate im σ -Kanal sind von α_v^m unabhängig.

Mesonaustauschbildes können die experimentellen Daten bislang nicht vollständig erklären. Insbesondere für das Verhältnis R_{np} von $\Lambda n \rightarrow nn$ zu $\Lambda p \rightarrow pp$ Übergängen ergeben sich deutliche Abweichungen zwischen dem Experiment ($R_{np} \approx 1$) und den Vorhersagen des Mesonaustauschbildes ($R_{np} \approx 0.1 - 0.4$). Mit Ausnahme des schwachen $\Lambda N\pi$ -Vertex, der aus dem Zerfall des Λ -Hyperons sehr genau bekannt ist, sind die anderen Bestandteile der theoretischen Modelle allerdings mit großen Unsicherheiten verbunden. Der korrelierte Austausch zweier Pionen trägt auch zu dem schwachen Übergang $\Lambda N \rightarrow NN$ bei. Von den vier Vertizes, über die die beiden Pionen an die Baryonen ankoppeln, ist einer ein schwacher Vertex (z.B. $\Lambda N\pi$), während die drei anderen Vertizes wie zuvor ihren Ursprung in der starken Wechselwirkung haben. Durch eine Erweiterung des hier vorgestellten Formalismus auf paritätsverletzende Übergänge kann der korrelierte $\pi\pi$ -Austausch in dem Übergang $\Lambda N \rightarrow NN$ ausgewertet werden. Entsprechend dem Vorgehen bei der starken Wechselwirkung können auf diese Weise die schwachen σ - und ρ -Vertizes, die empirisch unbestimmt sind, durch die wohldefinierten $\pi\pi$ -Austauschprozesse ersetzt werden.

Anhang A

Konventionen

Die dieser Arbeit zugrundeliegenden Konventionen stehen in Übereinstimmung mit dem Standardwerk von Bjorken und Drell [38]. Der Vollständigkeit halber seien die wesentlichen Definitionen und Festlegungen im folgenden noch einmal zusammengefaßt.

Im \mathbb{R}^4 wird die *Minkowski-Metrik* verwendet. Der metrische Tensor lautet also:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\mu, \nu = 0, \dots, 3). \quad (\text{A.1})$$

Das Skalarprodukt zweier Vektoren $a = (a^0, a^1, a^2, a^3)$ und $b = (b^0, b^1, b^2, b^3)$ aus dem \mathbb{R}^4 ist durch den metrischen Tensor definiert gemäß:

$$a \cdot b := g_{\mu\nu} a^\mu b^\nu = a^0 b^0 - \vec{a} \cdot \vec{b} \quad , \quad (\text{A.2})$$

wobei $\vec{a} = (a^1, a^2, a^3)$ und $\vec{a} \cdot \vec{b}$ das übliche euklidische Skalarprodukt im \mathbb{R}^3 ist. Während a^μ als kontravarianter 4-Vektor bezeichnet wird, ergibt sich der kovariante 4-Vektor a_μ gemäß

$$a_\mu = g_{\mu\nu} a^\nu = (a^0, -a^1, -a^2, -a^3) \quad . \quad (\text{A.3})$$

Die *Diracschen γ -Matrizen* lauten:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbb{I}_2 & 0 \\ 0 & -\mathbb{I}_2 \end{pmatrix} \quad , \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (\text{A.4})$$

und

$$\gamma^5 = \gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{I}_2 \\ \mathbb{I}_2 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad (\text{A.5})$$

wobei \mathbb{I}_2 die 2×2 Einheitsmatrix bezeichnen möge und die *Pauli-Matrizen* gegeben sind durch:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} . \quad (\text{A.6})$$

Die Dirac-Matrizen genügen den folgenden Antivertauschungsrelationen:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \quad \Rightarrow \quad \{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0 . \quad (\text{A.7})$$

Der Kommutator der Dirac-Matrizen wird abgekürzt durch

$$\sigma^{\mu\nu} \equiv \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] . \quad (\text{A.8})$$

Für zwei 4-Vektoren a^μ, b^ν kann damit sofort die folgende Relation bewiesen werden:

$$\not{a} \not{b} \equiv a^\mu b^\nu \gamma_\mu \gamma_\nu = a \cdot b - i a^\mu b^\nu \sigma_{\mu\nu} \quad (\text{A.9})$$

Die freie *Dirac-Gleichung*, die relativistisch-kovariante Wellengleichung für ein Spin-1/2 Teilchen der Masse M , lautet ($\hbar = c = 1$):

$$(\not{p} - M) |\psi\rangle = 0 \quad (\text{A.10})$$

mit $\not{p} \equiv p^\mu \gamma_\mu$ und dem 4-Impulsoperator p^μ .

Die *Dirac-Spinoren* $u(\vec{p}, s)$ ($v(\vec{p}, s)$) sind Impulsraum-Lösungen der freien Dirac-Gleichung zu positiven (negativen) Energien und 4-Spinvektor s ($-s$):

$$\begin{aligned} (\not{p} - M) u(\vec{p}, s) &= 0 , \\ (\not{p} + M) v(\vec{p}, s) &= 0 , \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

wobei $p^0 \equiv E_p = +\sqrt{M^2 + \vec{p}^2}$. Kennzeichnet man die Dirac-Spinoren statt durch den 4-Spinvektor s durch die Spin-Quantisierungsachse \check{s} und die Spinprojektion $m = \pm 1/2$ im Ruhesystem des Teilchens, so lautet ihre explizite Darstellung:

$$\begin{aligned} u(\vec{p}, \check{s}, m) &= \sqrt{\frac{\epsilon_p}{2M}} \begin{pmatrix} \mathbb{I}_2 \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} / \epsilon_p \end{pmatrix} \chi_m(\check{s}) , \\ v(\vec{p}, \check{s}, m) &= \sqrt{\frac{\epsilon_p}{2M}} \begin{pmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} / \epsilon_p \\ \mathbb{I}_2 \end{pmatrix} \chi_{-m}(\check{s}) , \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

wobei $\epsilon_p \equiv M + E_p$ und $\chi_m(\check{s})$ der Pauli-Spinor mit

$$\vec{\sigma} \cdot \check{s} \chi_{\pm \frac{1}{2}}(\check{s}) = \pm \chi_{\pm \frac{1}{2}}(\check{s}) \quad (\text{A.13})$$

ist. Der Normierungsfaktor der Dirac-Spinoren ist so gewählt, daß

$$\begin{aligned}\bar{u}(\vec{p}, \check{s}, m) u(\vec{p}, \check{s}, m') &= \delta_{mm'} , \\ \bar{v}(\vec{p}, \check{s}, m) v(\vec{p}, \check{s}, m') &= -\delta_{mm'} ,\end{aligned}\quad (\text{A.14})$$

mit $\bar{u}(\vec{p}, \check{s}, m) = u^\dagger(\vec{p}, \check{s}, m) \gamma_0$.

In der *Helizitätsbasis* wird die Spin-Quantisierungsachse \check{s} in Richtung des Teilchenimpulses \vec{p} gewählt. Mit der Phasenkonvention aus Ref. [68] lauten die Helizitätsspinoren:

$$\begin{aligned}u(\vec{p}, \lambda) &= \sqrt{\frac{\epsilon_p}{2M}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2\lambda|\vec{p}|/\epsilon_p \end{pmatrix} |\lambda\rangle, \\ v(\vec{p}, \lambda) &= \sqrt{\frac{\epsilon_p}{2M}} \begin{pmatrix} -|\vec{p}|/\epsilon_p \\ 2\lambda \end{pmatrix} |-\lambda\rangle.\end{aligned}\quad (\text{A.15})$$

Für den Fall, daß \vec{p} mit dem Polarwinkel θ zur \check{e}_3 -Achse in der 13-Ebene liegt, stehen die Eigenzustände $|\lambda\rangle$ ($\lambda = \pm 1/2$) des Helizitätsoperators,

$$\frac{\vec{\sigma}}{2} \cdot \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|} |\lambda\rangle = \lambda |\lambda\rangle , \quad (\text{A.16})$$

mit den Pauli-Spinoren $\chi_m \equiv \chi_m(\check{e}_3)$ in folgendem Zusammenhang:

$$|\lambda\rangle = \exp\left(-\frac{i}{2}\sigma_2\theta\right) \chi_\lambda . \quad (\text{A.17})$$

Wie in Ref. [68] sind die Phasen der Helizitätsspinoren A.15 so gewählt, daß mittels der Ladungskonjugation \mathcal{C} der folgende Zusammenhang zwischen Teilchen- und Antiteilchen-Spinoren besteht [38]:

$$v(\vec{p}, \lambda) = \mathcal{C} \bar{u}^T(\vec{p}, \lambda) = i\gamma_2 u^*(\vec{p}, \lambda) . \quad (\text{A.18})$$

Für die Spinoren A.12 gilt diese Relation nur bis auf eine Phase.

Helizitätseigenzustände von Zwei-Teilchen-Systemen werden im Schwerpunktsystem aus dem Produkt der beiden gemäß der Phasenkonvention von Jacob und Wick [39] konstruierten Teilchenspinoren gebildet. Für den Fall zweier Spin-1/2 Teilchen 1 und 2 sind für Teilchen 1 (Impuls \vec{p}) die Helizitätsspinoren A.15 zu verwenden und für Teilchen 2 (Impuls $-\vec{p}$) die Spinoren

$$\begin{aligned}u(-\vec{p}, \lambda_2) &= \sqrt{\frac{\epsilon_p}{2M}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2\lambda_2|\vec{p}|/\epsilon_p \end{pmatrix} |\lambda_2\rangle , \\ v(-\vec{p}, \lambda_2) &= \sqrt{\frac{\epsilon_p}{2M}} \begin{pmatrix} |\vec{p}|/\epsilon_p \\ -2\lambda_2 \end{pmatrix} |-\lambda_2\rangle ,\end{aligned}\quad (\text{A.19})$$

mit

$$|\lambda_2\rangle = \exp\left(-\frac{i}{2}\sigma_2\theta\right) \chi_{-\lambda_2} . \quad (\text{A.20})$$

Die hadronischen *Feldoperatoren* können nach den Impulsraumlösungen der jeweiligen Feldgleichungen entwickelt werden. In den hier relevanten Fällen ergibt sich im einzelnen:

- Spin-1/2 Baryon

$$\psi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{\lambda} \int d^3p \sqrt{\frac{M}{E_p}} \left[b(\vec{p}, \lambda) u(\vec{p}, \lambda) e^{-ip \cdot x} + d^\dagger(\vec{p}, \lambda) v(\vec{p}, \lambda) e^{ip \cdot x} \right] \quad (\text{A.21})$$

- Spin-3/2 Baryon

$$\psi^\mu(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{\Lambda} \int d^3p \sqrt{\frac{M}{E_p}} \left[b(\vec{p}, \Lambda) u^\mu(\vec{p}, \Lambda) e^{-ip \cdot x} + d^\dagger(\vec{p}, \Lambda) v^\mu(\vec{p}, \Lambda) e^{ip \cdot x} \right] \quad (\text{A.22})$$

Die Rarita-Schwinger-Spinoren [69] $u^\mu(\vec{p}, \Lambda)$ und $v^\mu(\vec{p}, \Lambda)$ genügen den beiden Rarita-Schwinger-Gleichungen:

$$\begin{aligned} (\not{p} - M)u^\mu(\vec{p}, \Lambda) &= 0, & (\not{p} + M)v^\mu(\vec{p}, \Lambda) &= 0 \\ \text{und} & & & \\ \gamma_\mu u^\mu(\vec{p}, \Lambda) &= 0, & \gamma_\mu v^\mu(\vec{p}, \Lambda) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

- (pseudo)skalares Meson

$$\phi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3k \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \left[a(\vec{k}) e^{-ik \cdot x} + a^\dagger(\vec{k}) e^{ik \cdot x} \right] \quad (\text{A.24})$$

mit $k^0 \equiv \omega_k = \sqrt{m^2 + \vec{k}^2}$ und der Mesonmasse m .

- Vektormeson

$$\phi^\mu(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{\lambda} \int d^3k \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \epsilon^\mu(\vec{k}, \lambda) \left[a(\vec{k}, \lambda) e^{-ik \cdot x} + a^\dagger(\vec{k}, \lambda) e^{ik \cdot x} \right] \quad (\text{A.25})$$

mit dem Polarisationsvektor $\epsilon^\mu(\vec{k}, \lambda)$ [69]. In der Helizitätsbasis besteht folgender Zusammenhang [70] zwischen den hermitesch konjugierten Komponenten des sphärischen Operators a und den Komponenten des hermiteschen Operators a^\dagger :

$$a(\vec{k}, \lambda)^\dagger = (-1)^\lambda a^\dagger(\vec{k}, -\lambda) \quad (\text{A.26})$$

Die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren der Bosonen (Fermionen) gehorchen den üblichen (*Anti*-) *Vertauschungsrelationen*:

$$\begin{aligned} [a(\vec{k}), a^\dagger(\vec{k}')] &= \delta^{(3)}(\vec{k} - \vec{k}') \\ [a(\vec{k}, \lambda), a^\dagger(\vec{k}', \lambda')] &= \delta_{\lambda\lambda'} \delta^{(3)}(\vec{k} - \vec{k}') \\ \{b(\vec{p}, \lambda), b^\dagger(\vec{p}', \lambda')\} &= \delta_{\lambda\lambda'} \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}') \\ \{d(\vec{p}, \lambda), d^\dagger(\vec{p}', \lambda')\} &= \delta_{\lambda\lambda'} \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}') \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Alle anderen (Anti-)Kommutatoren verschwinden identisch.

Die *Feynman-Propagatoren* werden aus dem zeitgeordneten Produkt der jeweiligen Feldoperatoren abgeleitet [38]. Im Impulsraum ergeben sich die folgenden Ausdrücke:

- Spin-1/2 Baryon

$$S_B(p) = \frac{\not{p} + M}{p^2 - M^2 + i\epsilon} \quad (\text{A.28})$$

- Spin-3/2 Baryon [53]

$$\begin{aligned} S_D^{\mu\nu}(p; A) = & \frac{\not{p} + M}{p^2 - M^2 + i\epsilon} \left[-g^{\mu\nu} + \frac{\gamma^\mu \gamma^\nu}{3} + \frac{2}{3M^2} p^\mu p^\nu - \frac{p^\mu \gamma^\nu - p^\nu \gamma^\mu}{3M} \right] \\ & + S_{\text{non-pole}}^{\mu\nu}(p; A) \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

mit dem Non-pole-Anteil

$$S_{\text{non-pole}}^{\mu\nu}(p; A) = \frac{1}{3M^2} \frac{A+1}{2A+1} \left[\gamma^\mu \frac{\frac{(A+1)}{2} \not{p} + AM}{2A+1} \gamma^\nu - (p^\mu \gamma^\nu + p^\nu \gamma^\mu) \right] \quad (\text{A.30})$$

Der Parameter $A \neq -1/2$ tritt auch in der freien Lagrangedichte des Spin-3/2 Feldes auf und ist zunächst unbestimmt [53].

- (pseudo)skalares Meson

$$S_{s,p}(k) = \frac{1}{k^2 - m^2 + i\epsilon} \quad (\text{A.31})$$

- Vektormeson

$$S_v(k) = \frac{-g^{\mu\nu} + k^\mu k^\nu / m^2}{k^2 - m^2 + i\epsilon} \quad (\text{A.32})$$

Anhang B

Partialwellenzerlegung der Zwei-Teilchen-Matrixelemente

Unter der Voraussetzung, daß die Wechselwirkung rotationsinvariant ist, lassen sich die Elemente der Potentialmatrix und — aufgrund der Rotationsinvarianz der Iterationsgleichungen (siehe z.B. Ref. [3]) — auch die Matrixelemente der Streuamplituden in Partialwellen zerlegen. Dies soll im folgenden anhand der Potentialmatrixelemente für den Übergang $\gamma + \delta \rightarrow \alpha + \beta$ demonstriert werden. Dabei werden außer den Spin-Impuls-Quantenzahlen alle weiteren Abhängigkeiten wie z.B. vom Isospin unterdrückt.

Die Potentialmatrix sei in der Helizitätsbasis gegeben. Im Schwerpunktsystem ($\vec{p}_\alpha = -\vec{p}_\beta =: \vec{q}$, $\vec{p}_\gamma = -\vec{p}_\delta =: \vec{p}$) wird von den Zwei-Teilchen-Matrixelementen

$$\langle \alpha \vec{p}_\alpha \lambda_\alpha, \beta \vec{p}_\beta \lambda_\beta | V | \gamma \vec{p}_\gamma \lambda_\gamma, \delta \vec{p}_\delta \lambda_\delta \rangle$$

zunächst die δ -Funktion $\delta^{(3)}(\vec{p}_\alpha + \vec{p}_\beta - \vec{p}_\gamma - \vec{p}_\delta)$ abgespalten, die die Erhaltung des Schwerpunktsimpulses ausdrückt:

$$\langle \alpha \vec{p}_\alpha \lambda_\alpha, \beta \vec{p}_\beta \lambda_\beta | V | \gamma \vec{p}_\gamma \lambda_\gamma, \delta \vec{p}_\delta \lambda_\delta \rangle = \delta^{(3)}(\vec{0}) \langle \alpha \beta, \vec{q} \lambda_\alpha \lambda_\beta | V | \gamma \delta, \vec{p} \lambda_\gamma \lambda_\delta \rangle.$$

Die Impulseigenzustände $|\alpha \beta, \vec{q} \lambda_\alpha \lambda_\beta\rangle$ lassen sich nun in Eigenzustände des Gesamtdrehimpulses J mit der Projektion M , $|\alpha \beta; JM \lambda_\alpha \lambda_\beta; q\rangle$, entwickeln. Für die Potentialmatrixelemente ergibt sich dann [39]:

$$\begin{aligned} \langle \alpha \beta, \vec{q} \lambda_\alpha \lambda_\beta | V | \gamma \delta, \vec{p} \lambda_\gamma \lambda_\delta \rangle &= \frac{1}{4\pi} \sum_{J,M} (2J+1) \mathcal{D}_{M\mu}^J(\phi_q, \theta_q, -\phi_q)^* \mathcal{D}_{M\nu}^J(\phi_p, \theta_p, -\phi_p) \\ &\quad \times \langle \alpha \beta, \lambda_\alpha \lambda_\beta | V^J(q, p) | \gamma \delta, \lambda_\gamma \lambda_\delta \rangle \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

mit $\mu := \lambda_\alpha - \lambda_\beta$, $\nu := \lambda_\gamma - \lambda_\delta$ und den Polarwinkeln (θ_q, ϕ_q) von \vec{q} bzw. (θ_p, ϕ_p) von \vec{p} .

Die Rotationsmatrizen $\mathcal{D}_{M'M}^J(\alpha, \beta, \gamma)$ lassen sich schreiben als

$$\mathcal{D}_{M'M}^J(\alpha, \beta, \gamma) := e^{-i\alpha M'} d_{M'M}^J(\beta) e^{-i\gamma M} \quad (\text{B.2})$$

und genügen der Normierungsbedingung [71]

$$\sum_N \mathcal{D}_{NM'}^J(\alpha, \beta, \gamma)^* \mathcal{D}_{NM}^J(\alpha, \beta, \gamma) = \delta_{M'M} \quad . \quad (\text{B.3})$$

Die reduzierten Rotationsmatrizen $d_{M'M}^J(\beta) = \langle JM' | e^{-i\beta J_y} | JM \rangle$ erfüllen die folgenden Symmetrierelationen [71]:

$$d_{M'M}^J(\beta) = d_{-M, -M'}^J(\beta) = (-1)^{M'-M} d_{MM'}^J(\beta) \quad . \quad (\text{B.4})$$

Die $d_{MM'}^J$ können durch die Legendre-Polynome P_J ausgedrückt werden. In den hier benötigten Fällen lauten diese Beziehungen:

$$\begin{aligned} d_{00}^J(\theta) &= P_J(\cos \theta) \quad , \\ d_{10}^J(\theta) \sin \theta &= \sqrt{\frac{J}{J+1}} (P_J(\cos \theta) \cos \theta - P_{J-1}(\cos \theta)) \quad , \\ d_{11}^J(\theta)(1 + \cos \theta) &= P_J(\cos \theta) + \frac{J}{J+1} P_J(\cos \theta) \cos \theta + \frac{1}{J+1} P_{J-1}(\cos \theta) \quad , \\ d_{1,-1}^J(\theta)(1 - \cos \theta) &= -P_J(\cos \theta) + \frac{J}{J+1} P_J(\cos \theta) \cos \theta + \frac{1}{J+1} P_{J-1}(\cos \theta) \quad . \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

In dem üblichen Koordinatensystem ($\vec{p} \parallel \vec{e}_z$ und \vec{q} in der xz -Ebene) gilt

$$\theta_p = 0 \quad \text{und} \quad \phi_p = \phi_q = 0 \quad , \quad (\text{B.6})$$

so daß sich Gl. B.1 wie folgt vereinfacht:

$$\langle \alpha\beta, \vec{q} \lambda_\alpha \lambda_\beta | V | \gamma\delta, \vec{p} \lambda_\gamma \lambda_\delta \rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_J (2J+1) d_{\nu\mu}^J(\theta_q) \langle \alpha\beta, \lambda_\alpha \lambda_\beta | V^J(q, p) | \gamma\delta, \lambda_\gamma \lambda_\delta \rangle. \quad (\text{B.7})$$

Mit Hilfe der Orthogonalitätsrelation der reduzierten Rotationsmatrizen [71],

$$\int_{-1}^{+1} d(\cos \beta) d_{M'M}^J(\beta) d_{M'M}^{J'}(\beta) = \delta_{JJ'} \frac{2}{2J+1} \quad , \quad (\text{B.8})$$

kann Gl. B.7 invertiert werden. Für die partialwellenzerlegten Helizitätsmatrixelemente ergibt sich schließlich:

$$\langle \alpha\beta, \lambda_\alpha \lambda_\beta | V^J(q, p) | \gamma\delta, \lambda_\gamma \lambda_\delta \rangle = 2\pi \int_{-1}^{+1} d(\cos \theta_q) d_{\nu\mu}^J(\theta_q) \langle \alpha\beta, \vec{q} \lambda_\alpha \lambda_\beta | V | \gamma\delta, \vec{p} \lambda_\gamma \lambda_\delta \rangle. \quad (\text{B.9})$$

Für ein massebehaftetes Teilchen mit Spin s kann die Helizitätsquantenzahl die $2s + 1$ Werte $\lambda = -s, -s + 1, \dots, +s$ annehmen. Daher existieren für die Reaktion $\gamma + \delta \rightarrow \alpha + \beta$ insgesamt $(2s_\alpha + 1)(2s_\beta + 1)(2s_\gamma + 1)(2s_\delta + 1)$ Helizitätsamplituden. Ist die Wechselwirkung allerdings invariant unter der Paritätstransformation ($[V, \mathcal{P}] = 0$), so sind diese Helizitätsamplituden voneinander nicht linear unabhängig. Aus der Paritätsinvarianz der Wechselwirkung folgt vielmehr [39]:

$$\langle \alpha\beta, (-\lambda_\alpha)(-\lambda_\beta) | V^J(q, p) | \gamma\delta, (-\lambda_\gamma)(-\lambda_\delta) \rangle = (-1)^{s_\alpha + s_\beta - s_\gamma - s_\delta} \frac{\eta_\alpha \eta_\beta}{\eta_\gamma \eta_\delta} \langle \alpha\beta, \lambda_\alpha \lambda_\beta | V^J(q, p) | \gamma\delta, \lambda_\gamma \lambda_\delta \rangle \quad . \quad (\text{B.10})$$

mit den intrinsischen Paritäten $\eta_\alpha, \dots, \eta_\delta$ der einzelnen Teilchen.

Falls die Wechselwirkung zeitumkehrinvariant ist, kann die folgende Relation zwischen den Helizitätsmatrixelementen abgeleitet werden [39]:

$$\langle \gamma\delta, \lambda_\gamma \lambda_\delta | V^J(p, q) | \alpha\beta, \lambda_\alpha \lambda_\beta \rangle = \langle \alpha\beta, \lambda_\alpha \lambda_\beta | V^J(q, p) | \gamma\delta, \lambda_\gamma \lambda_\delta \rangle \quad . \quad (\text{B.11})$$

Statt in der Helizitätsbasis, $|\alpha\beta; JM\lambda_1\lambda_2; q\rangle$, werden Resultate üblicherweise in der $|\alpha\beta; JMLS; q\rangle$ -Basis angegeben. In dieser Basis wird ein Zwei-Teilchen-Zustand im Schwerpunktsystem außer durch den Betrag des Relativimpulses q , den Gesamtdrehimpuls J und dessen Projektion M noch durch den Bahndrehimpuls L und den Gesamtspin S charakterisiert. Die Helizitäts- und die LSJ -Basis sind durch eine orthogonale Transformation miteinander verknüpft:

$$|\alpha\beta; JM\lambda_\alpha\lambda_\beta; q\rangle = \sum_{L,S} \langle JMLS | JM\lambda_\alpha\lambda_\beta \rangle |\alpha\beta; JMLS; q\rangle \quad . \quad (\text{B.12})$$

Die Elemente der Transformationsmatrix können durch Clebsch-Gordan-Koeffizienten ausgedrückt werden [39] :

$$\langle JMLS | JM\lambda_\alpha\lambda_\beta \rangle = \left(\frac{2L+1}{2J+1} \right)^{1/2} \langle LS0\lambda | J\lambda \rangle \langle s_\alpha s_\beta \lambda_\alpha (-\lambda_\beta) | S\lambda \rangle , \quad (\text{B.13})$$

wobei s_α und s_β die Spins der beiden Teilchen bezeichnen und $\lambda := \lambda_\alpha - \lambda_\beta$ ist. Für die von M unabhängigen Potentialmatrixelemente folgt damit ($|M| \leq J$ beliebig):

$$\begin{aligned} \langle \alpha\beta, LS | V^J(q, p) | \gamma\delta, \tilde{L}\tilde{S} \rangle = \\ \sum_{\substack{\lambda_\alpha, \lambda_\beta \\ \lambda_\gamma, \lambda_\delta}} \langle JMLS | JM\lambda_\alpha\lambda_\beta \rangle \langle \alpha\beta, \lambda_\alpha \lambda_\beta | V^J(q, p) | \gamma\delta, \lambda_\gamma \lambda_\delta \rangle \langle JM\lambda_\gamma \lambda_\delta | JM\tilde{L}\tilde{S} \rangle. \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Die bis hierher betrachteten allgemeingültigen Relationen sollen nun für die in der vorliegenden Arbeit auftretenden Reaktionen

- Baryon + (Anti-)Baryon \rightarrow Baryon + (Anti-)Baryon
- Baryon + Antibaryon $\rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$

spezifiziert werden.

$$\underline{A + B \rightarrow C + D \quad (A, B, C, D \in \{\frac{1}{2}^+\})}$$

Aufgrund der Paritätsinvarianz der starken Wechselwirkung sind von den $2^4 = 16$ Helizitätsamplituden der Baryon-Baryon-Wechselwirkung nur acht linear unabhängig. Für diese acht Matrixelemente wählt man üblicherweise [9] die folgende Kombination:

$$\begin{aligned} V_1^J &= \langle ++ | V^J(q, p) | ++ \rangle, & V_5^J &= \langle ++ | V^J(q, p) | + - \rangle, \\ V_2^J &= \langle ++ | V^J(q, p) | - - \rangle, & V_6^J &= \langle +- | V^J(q, p) | ++ \rangle, \\ V_3^J &= \langle +- | V^J(q, p) | + - \rangle, & V_7^J &= \langle ++ | V^J(q, p) | - + \rangle, \\ V_4^J &= \langle +- | V^J(q, p) | - + \rangle, & V_8^J &= \langle -+ | V^J(q, p) | ++ \rangle. \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

Die Helizitätseigenwerte $\lambda = \pm \frac{1}{2}$ sind hierbei durch \pm abgekürzt. Ferner wurde die Angabe der Teilchenkanäle unterdrückt. Im Falle identischer Teilchen $A = B = C = D$ (z.B. $NN \rightarrow NN$) reduziert sich die Anzahl der unabhängigen Helizitätsamplituden wegen der Invarianz unter Teilchenvertauschung auf sechs.

Die Zwei-Teilchen-Helizitätszustände $|\alpha\beta; JM \lambda_\alpha \lambda_\beta; q\rangle$ besitzen keine definierte Parität. Da die Streugleichung jedoch aufgrund der Paritätsinvarianz der Wechselwirkung zwischen Zuständen verschiedener Parität entkoppelt, wurden in Ref. [9] die Linearkombinationen der Helizitätszustände bestimmt, die Eigenzustände zur Parität P sind. Die Matrixelemente zwischen diesen Paritätseigenzuständen sind dann Linearkombinationen der Helizitätsmatrixelemente aus Gl. B.15:

$$\begin{aligned} \underline{P = (-1)^J} & & \underline{P = (-1)^{J+1}} \\ {}^0V^J &= V_1^J - V_2^J, & {}^{12}V^J &= V_1^J + V_2^J, \\ {}^1V^J &= V_3^J - V_4^J, & {}^{34}V^J &= V_3^J + V_4^J, \\ {}^2V^J &= V_5^J - V_7^J, & {}^{57}V^J &= V_5^J + V_7^J, \\ {}^3V^J &= V_6^J - V_8^J, & {}^{68}V^J &= V_6^J + V_8^J. \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Bei der Übertragung dieser Ergebnisse auf die Baryon-Antibaryon-Amplituden ist zu beachten, daß die Antibaryonen die entgegengesetzte intrinsische Parität der Baryonen besitzen. Die Matrixelemente in Gl. B.16 gehören im Baryon-Antibaryon-Fall daher zu den jeweils entgegengesetzten Paritätseigenwerten P .

In einem System zweier Spin-1/2 Baryonen kann der Gesamtspin die Werte $S = 0, 1$ und der Bahndrehimpuls somit die Werte $L = J - 1, J, J + 1$ annehmen. Die Parität dieses Systems ist durch $P = (-1)^L$ gegeben. Daher entkoppeln die Zustände mit $L = J$ und $S = 0, 1$ von denen mit $L = J \pm 1$ und $S = 1$. Die Auswertung von Gl. B.14 liefert schließlich den folgenden Zusammenhang zwischen den Helizitätsmatrixelementen aus Gl. B.16 und den Matrixelementen in der LSJ -Darstellung:

$$\begin{aligned}
{}^0V^J &:= \langle J0 | V^J(q, p) | J0 \rangle = V_1^J - V_2^J, \\
{}^1V^J &:= \langle J1 | V^J(q, p) | J1 \rangle = V_3^J - V_4^J, \\
{}^{ST}V^J &:= \langle J0 | V^J(q, p) | J1 \rangle = V_7^J - V_5^J, \\
{}^{TS}V^J &:= \langle J1 | V^J(q, p) | J0 \rangle = V_8^J - V_6^J, \\
{}^+V^J &:= \langle (J+1)1 | V^J(q, p) | (J+1)1 \rangle = \\
&= \frac{1}{2J+1} \left[(J+1) {}^{12}V^J + J {}^{34}V^J - \sqrt{J(J+1)} ({}^{57}V^J + {}^{68}V^J) \right], \\
{}^-V^J &:= \langle (J-1)1 | V^J(q, p) | (J-1)1 \rangle = \\
&= \frac{1}{2J+1} \left[J {}^{12}V^J + (J+1) {}^{34}V^J + \sqrt{J(J+1)} ({}^{57}V^J + {}^{68}V^J) \right], \\
{}^{+-}V^J &:= \langle (J+1)1 | V^J(q, p) | (J-1)1 \rangle = \\
&= -\frac{1}{2J+1} \left[\sqrt{J(J+1)} ({}^{12}V^J - {}^{34}V^J) + (J+1) {}^{57}V^J - J {}^{68}V^J \right], \\
{}^{-+}V^J &:= \langle (J-1)1 | V^J(q, p) | (J+1)1 \rangle = \\
&= -\frac{1}{2J+1} \left[\sqrt{J(J+1)} ({}^{12}V^J - {}^{34}V^J) - J {}^{57}V^J + (J+1) {}^{68}V^J \right].
\end{aligned} \tag{B.17}$$

$$\underline{B + \overline{B'} \rightarrow \mu \bar{\mu} \quad (B, B' \in \{1/2^+\}; \mu \in \{0^-\})}$$

Von den $2^2 = 4$ Helizitätsmatrixelementen sind aufgrund der Paritätsinvarianz B.10 nur zwei linear unabhängig. Unter Beachtung der negativen Eigenparität des Antibaryons $\overline{B'}$ gilt:

$$\begin{aligned}
V_1^J &\equiv \langle \mu \bar{\mu} | V^J(k, q) | B \overline{B'}, ++ \rangle = \langle \mu \bar{\mu} | V^J(k, q) | B \overline{B'}, -- \rangle, \\
V_2^J &\equiv \langle \mu \bar{\mu} | V^J(k, q) | B \overline{B'}, +- \rangle = \langle \mu \bar{\mu} | V^J(k, q) | B \overline{B'}, -+ \rangle.
\end{aligned} \tag{B.18}$$

Spin S , Bahndrehimpuls L und Parität P können im $B \overline{B'}$ - bzw. $\mu \bar{\mu}$ -Zustand die folgenden Werte annehmen:

$$\begin{aligned}
\bullet B \overline{B'}: & S = 0, 1; \quad L = J - 1, J, J + 1; \quad P = (-1)^{L+1} \\
\bullet \mu \bar{\mu}: & S' = 0; \quad L' = J; \quad P' = (-1)^{L'}
\end{aligned}$$

Aus der Drehimpuls- und Paritätserhaltung folgt, daß $L = J \pm 1$ und damit $S = 1$ sein muß. Für $J > 0$ kann ein U"bergang des Baryon-Antibaryon-Systems in zwei pseudoskalare Mesonen nur aus den Triplettzuständen erfolgen, die durch die Tensorkraft gekoppelt sind.

Im Falle zweier identischer Mesonen ($\mu \equiv \bar{\mu}$) muß darüber hinaus die Symmetrie der Zwei-Meson-Zustände unter Teilchenvertauschung beachtet werden. Dabei ist neben dem Spin-Impuls- auch der Isospin-Anteil der Zustände zu berücksichtigen. Für $\pi\pi$ -Zustände (Gesamtisospin $I = 0, 1, 2$) ergibt sich die Bedingung, daß

$$(-1)^{J+I} = +1 \quad (\text{B.19})$$

gelten muß. Schränkt man die Betrachtungen noch auf $\pi\pi$ -Zustände in den S- und P-Wellen ($L' = 0, 1$) ein, so können nur die folgenden $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi$ -Übergänge auftreten:

$$\begin{aligned} {}^3P_0 &\rightarrow L' = 0, & I = 0 & \quad (\text{„}\sigma\text{-Kanal“}) & , \\ {}^3P_0 &\rightarrow L' = 0, & I = 2 & & , \\ {}^3S_1 - {}^3D_1 &\rightarrow L' = 1, & I = 1 & \quad (\text{„}\rho\text{-Kanal“}) & , \end{aligned}$$

wobei die $B\bar{B}'$ -Zustände in der üblichen Notation ($^{2S+1}L_J$) spezifiziert sind.

Für die Matrixelemente in der LSJ -Basis liefert Gl. B.14:

$$\begin{aligned} {}^+V^J &\equiv \langle \mu\bar{\mu}, J0 | V^J(k, q) | B\bar{B}', (J+1)1 \rangle = \sqrt{\frac{2}{2J+1}} (\sqrt{J}V_2^J - \sqrt{J+1}V_1^J) , \\ {}^-V^J &\equiv \langle \mu\bar{\mu}, J0 | V^J(k, q) | B\bar{B}', (J-1)1 \rangle = \sqrt{\frac{2}{2J+1}} (\sqrt{J}V_1^J + \sqrt{J+1}V_2^J) . \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

Für $J = 0$ ist $d_{10}^{J=0} \equiv 0$ (s. Gl. B.5). Gemäß Gl. B.9 verschwindet daher das Matrixelement $V_2^{J=0}$ und damit auch ${}^-V^{J=0}$.

Anhang C

Der ρ -Austausch in der Baryon-Baryon-Wechselwirkung

In diesem Anhang soll die Übergangsmatrix \mathcal{M}^ρ für den Austausch eines ρ -Vektormesons in dem Übergang $A + B \rightarrow C + D$ der vier $J^P = 1/2^+$ Baryonen mit den Massen $M_A = M_C \equiv M$ und $M_B = M_D \equiv M'$ bestimmt werden. Mit den aus der $B'Bv$ Lagrangedichte 2.54 abgeleiteten Vertexfaktoren 3.32 und dem ρ -Propagator A.32 ergibt sich für die Helizitätsamplituden des ρ -Austausches:

$$\langle C\vec{p}_C\lambda_C, D\vec{p}_D\lambda_D | T^\rho | A\vec{p}_A\lambda_A, B\vec{p}_B\lambda_B \rangle = \bar{u}_C(\vec{p}_C, \lambda_C) \left(g_{AC\rho}\gamma_\mu + i\frac{f_{AC\rho}}{2M_N}\sigma_{\mu\nu}\Delta^\nu \right) u_A(\vec{p}_A, \lambda_A) \frac{-g^{\mu\alpha} + \Delta^\mu\Delta^\alpha/m_\rho^2}{\Delta^2 - m_\rho^2} \quad (C.1)$$

$$\bar{u}_D(\vec{p}_D, \lambda_D) \left(g_{BD\rho}\gamma_\alpha - i\frac{f_{BD\rho}}{2M_N}\sigma_{\alpha\beta}\Delta^\beta \right) u_B(\vec{p}_B, \lambda_B) \quad (C.2)$$

mit dem 4-Impulsübertrag $\Delta = p_C - p_A = p_B - p_D$. Für die Dirac-Spinoren zweier Baryonen B und B' gilt die sogenannte Gordon-Zerlegung [72]:

$$\bar{u}_{B'}(\vec{p}', \lambda') [(M_B + M_{B'})\gamma^\mu - (p' + p)^\mu - i\sigma^{\mu\nu}(p' - p)_\nu] u_B(\vec{p}, \lambda) = 0 \quad (C.3)$$

Damit folgt dann:

$$\begin{aligned} \langle C\vec{p}_C\lambda_C, D\vec{p}_D\lambda_D | T^\rho | A\vec{p}_A\lambda_A, B\vec{p}_B\lambda_B \rangle &= \\ &= \bar{u}_C(\vec{p}_C, \lambda_C) \left(G_{AC\rho}\gamma_\mu - \frac{f_{AC\rho}}{M_N}P_\mu \right) u_A(\vec{p}_A, \lambda_A) \frac{-1}{t - m_\rho^2} \\ &\quad \bar{u}_D(\vec{p}_D, \lambda_D) \left(G_{BD\rho}\gamma^\mu - \frac{f_{BD\rho}}{M_N}Q^\mu \right) u_B(\vec{p}_B, \lambda_B) \end{aligned} \quad (C.4)$$

mit

$$G_{BB'\rho} \equiv g_{BB'\rho} + \frac{M_B + M_{B'}}{2M_N} f_{BB'\rho} \quad (C.5)$$

und den 4-Impulsen P und Q aus Gl. 2.10. Der $\Delta^\mu \Delta^\alpha$ -Term aus dem ρ -Propagator liefert bei den angenommenen Baryonmassen keine Beiträge zur On-shell-Amplitude.

Für die Übergangsmatrix \mathcal{M}^ρ ergibt sich dann unter Ausnutzung der Gl. 2.11:

$$\mathcal{M}^\rho(P, Q) = \frac{-1}{t - m_\rho^2} \left[\begin{aligned} & \frac{f_{AC\rho} f_{BD\rho}}{4M_N^2} (s - u) \mathcal{O}_S \\ & + G_{AC\rho} G_{BD\rho} \mathcal{O}_V \\ & + \frac{G_{AC\rho} f_{BD\rho} - G_{BD\rho} f_{AC\rho}}{2M_N} \mathcal{O}_6 \\ & + \frac{G_{AC\rho} f_{BD\rho} + G_{BD\rho} f_{AC\rho}}{2M_N} \mathcal{P}_2 \end{aligned} \right] , \quad (\text{C.6})$$

wobei

$$\mathcal{P}_2 = -\mathbb{1}_4 \otimes \gamma_\mu P^\mu - \gamma_\mu Q^\mu \otimes \mathbb{1}_4 \quad (\text{C.7})$$

eine der sogenannten perturbativen Kovarianten [26] ist. Da die kinematischen Kovarianten \mathcal{O}_i aus Gl. 2.21 ein vollständiges System bilden, kann \mathcal{P}_2 nach ihnen entwickelt werden. Bei den hier angenommenen Baryonmassen ergibt sich:

$$\mathcal{P}_2 = \frac{1}{2(M + M')} [(u - s)(\mathcal{O}_S + \mathcal{O}_P) - 4MM' \mathcal{O}_V + t\mathcal{O}_T + 2(M - M')\mathcal{O}_6] . \quad (\text{C.8})$$

Wird \mathcal{P}_2 in Gl. C.6 durch diesen Ausdruck ersetzt, erhält man schließlich das gewünschte Endergebnis:

$$\mathcal{M}^\rho(P, Q) = \frac{-1}{t - m_\rho^2} \left\{ \begin{aligned} & \frac{g_{AC\rho} f_{BD\rho} + f_{AC\rho} g_{BD\rho}}{4M_N M_{tot}} (u - s) \mathcal{O}_S \\ & \left[g_{AC\rho} g_{BD\rho} + g_{AC\rho} f_{BD\rho} \frac{M'^2}{M_N M_{tot}} + f_{AC\rho} g_{BD\rho} \frac{M^2}{M_N M_{tot}} \right] \mathcal{O}_V \\ & \left(g_{AC\rho} f_{BD\rho} \frac{M'}{M_N M_{tot}} - f_{AC\rho} g_{BD\rho} \frac{M_A}{M_N M_{tot}} \right) \mathcal{O}_6 \\ & \frac{G_{AC\rho} f_{BD\rho} + f_{AC\rho} G_{BD\rho}}{4M_N M_{tot}} [(u - s) \mathcal{O}_P + t \mathcal{O}_T] \end{aligned} \right\} \quad (\text{C.9})$$

mit $M_{tot} = M + M'$.

Anhang D

Regularisierung der Blankenbecler-Sugar-Gleichung

In diesem Anhang wird die Regularisierung des Integralterms der Blankenbecler-Sugar-Gleichung 3.20 skizziert. Die Matrixelemente im Integranden werden so abgekürzt, daß alle für die nachfolgende Diskussion unbedeutenden Abhängigkeiten unterdrückt sind:

$$f(k') := \frac{1}{4(2\pi)^3} \frac{1}{\omega_{k'}} T_{\mu'\bar{\mu}' \rightarrow \mu\bar{\mu}}^J(k, k'; t) \langle \mu' \bar{\mu}', k' | V^J(k', q, t) | B\bar{B}', \lambda_1 \lambda_2 \rangle \quad (D.1)$$

Der Integralterm aus Gl. 3.20 lautet damit:

$$I \equiv 4 \int k'^2 dk' \frac{f(k')}{t - 4\omega_{k'}^2 + i\epsilon} \quad (D.2)$$

Führt man außerdem noch den On-shell-Impuls des $\mu'\bar{\mu}'$ -Kanals ein gemäß

$$k_{\mu'\bar{\mu}'}^2 \equiv \frac{t}{4} - m_{\mu'}^2, \quad (D.3)$$

so ergibt sich:

$$I = \int k'^2 dk' \frac{f(k')}{k_{\mu'\bar{\mu}'}^2 - k'^2 + i\epsilon} \quad (D.4)$$

Ziel der Regularisierung ist es nun, die „ $+i\epsilon$ “ Vorschrift zur Behandlung der Singularität des Energienenners an der Stelle $k' = k_{\mu'\bar{\mu}'}$ in einen numerisch integrierbaren Ausdruck umzuformen. Mit dem Symbol IP für die Cauchysche Hauptwertbildung sei an die folgende Beziehung erinnert:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{1}{x + i\epsilon} = \text{IP} \frac{1}{x} - i\pi \delta(x) \quad (D.5)$$

Damit folgt für den Integralterm:

$$\begin{aligned} I &= \text{IP} \int k'^2 dk' \frac{f(k')}{k_{\mu'\bar{\mu}'}^2 - k'^2} - i\pi k_{\mu'\bar{\mu}'}^2 f(k_{\mu'\bar{\mu}'}) \int_0^\infty dk' \delta(k_{\mu'\bar{\mu}'}^2 - k'^2) \\ &= \text{IP} \int k'^2 dk' \frac{f(k')}{k_{\mu'\bar{\mu}'}^2 - k'^2} - i\frac{\pi}{2} k_{\mu'\bar{\mu}'} f(k_{\mu'\bar{\mu}'}) \theta(t - 4m_{\mu'}^2) \quad (D.6) \end{aligned}$$

Hierbei bezeichne $\theta(x)$ die übliche Stufenfunktion.

Da das Hauptwertintegral über den Energienenner des Integranden allein verschwindet,

$$\mathbb{P} \int dk' \frac{1}{k_{\mu'\bar{\mu}'}^2 - k'^2} = 0 \quad , \quad (\text{D.7})$$

kann der Integrand des Hauptwertintegrals in Gl. D.6 durch die folgende Subtraktion, die den Wert des Integrals nicht ändert, regularisiert werden:

$$I = \int dk' \frac{k'^2 f(k') - k_{\mu'\bar{\mu}'}^2 f(k_{\mu'\bar{\mu}'}) \theta(t - 4m_{\mu'}^2)}{k_{\mu'\bar{\mu}'}^2 - k'^2} - i \frac{\pi}{2} k_{\mu'\bar{\mu}'} f(k_{\mu'\bar{\mu}'}) \theta(t - 4m_{\mu'}^2) \quad . \quad (\text{D.8})$$

Anhang E

Die $\pi\pi\rho$ - und $KK\rho$ -Vertizes

Wie in Kapitel 3 bereits ausgeführt wurde, ist für die korrekte Ableitung der Faktoren, die $\pi\pi\rho$ - und $KK\rho$ -Vertizes zu einem Feynman-Diagramm beitragen, die gleichzeitige Behandlung von Spin-Impuls- und Isospinanteil der jeweiligen Lagrangedichte erforderlich. In diesem Teil des Anhangs sollen die entsprechenden Rechnungen skizziert werden. Hierbei kann für die Isospinstruktur der Lagrangedichten auf die in Kapitel 3.3.3 im Rahmen der $SU(3)$ -Rechnungen erhaltenen Ergebnisse zurückgegriffen werden, da in dem hier zu untersuchenden Fall der ppv -Kopplung wiederum die $SU(3)$ -invariante Kopplung dreier Teilchenoktetts, $\{8_p\} \otimes \{8_p\} \otimes \{8_v\}$, vorliegt.

Die Forderung nach universeller ρ -Kopplung führt wie bereits bei der $B'Bv$ -Kopplung auf $\alpha_{ppv} = 1$. Diese Wahl bewirkt gleichzeitig, daß die Kopplungen an Vertizes verschwinden, die wie beispielsweise der $\pi\pi\omega$ -Vertex die G -Paritätserhaltung verletzen würden. Aus dem Verhalten der mesonischen Feldoperatoren unter hermitescher Konjugation (s. Gl. 3.66)

$$\left(\phi_{\nu}^{\{8_M\}}\right)^{\dagger} = (-1)^{Q(\nu)} \phi_{-\nu}^{\{8_M\}} \quad (\text{E.1})$$

folgt unter Ausnutzung der Symmetrierelationen für die $SU(3)$ Clebsch-Gordan-Koeffizienten in Ref. [11], daß die Hermitizität der $SU(3)$ -invarianten Lagrangedichte (vgl. Gl. 3.71 mit $\tilde{g}_1 \propto (1 - \alpha) = 0$),

$$\mathcal{L}_{ppv} = i \tilde{g}_2 \sum_{\nu_1, \nu_2, \nu_3} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_2 \\ \nu_1 & \nu_2 & -\nu_3 \end{pmatrix} (-1)^{Q(\nu_3)} \phi_{\nu_1}^{\{8_p\}} \left(\partial_{\mu} \phi_{\nu_2}^{\{8_p\}}\right) \left(\phi_{\nu_3}^{\{8_v\}}\right)^{\mu} \quad , \quad (\text{E.2})$$

im Vergleich zu \mathcal{L}_{BBv} einen zusätzlichen Phasenfaktor i erfordert.

Die Isospinstruktur der $\pi\pi\rho$ -Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\pi\pi\rho}$ stimmt daher bis auf einen Faktor i mit der von $\mathcal{L}_{\Sigma\Sigma\rho}$ überein, so daß sich unter Einbeziehung des Spin-Impuls-Anteils der folgende Ausdruck für $\mathcal{L}_{\pi\pi\rho}$ ergibt:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\pi\pi\rho}(x) &= g_{\pi\pi\rho} (\vec{\pi} \times \partial_\mu \vec{\pi}) \cdot \vec{\rho}^\mu \\
&\equiv -ig_{\pi\pi\rho} \sqrt{2} \sum_{m_1, m_2, m_3} \langle 11m_1 m_2 | 1(-m_3) \rangle (-1)^{m_3} \phi_{\pi, m_1}^{\{8_p\}} (\partial_\mu \phi_{\pi, m_2}^{\{8_p\}}) (\phi_{\rho, m_3}^{\{8_v\}})^\mu.
\end{aligned} \tag{E.3}$$

Zur Ableitung des Vertexfaktors $W_{\pi\pi\rho}^\mu$ wird das folgende Matrixelement von $i\mathcal{L}_{\pi\pi\rho}(x)$ berechnet:

$$\begin{aligned}
\langle \pi m_\pi \vec{k}, \pi m'_\pi \vec{k}' | i\mathcal{L}_{\pi\pi\rho}(x) | \rho m_\rho \vec{P} \lambda_\rho \rangle &= \\
&= g_{\pi\pi\rho} \sqrt{2} \sum_{m_1, m_2, m_3} \langle 11m_1 m_2 | 1(-m_3) \rangle (-1)^{m_3} \\
&\quad \langle 0 | a_{\pi, m_\pi}(\vec{k}) a_{\pi, m'_\pi}(\vec{k}') \phi_{\pi, m_1}^{\{8_p\}}(x) (\partial_\mu \phi_{\pi, m_2}^{\{8_p\}}(x)) (\phi_{\rho, m_3}^{\{8_v\}})^\mu(x) a_{\rho, m_\rho}(\vec{P}, \lambda_\rho)^\dagger | 0 \rangle \\
&= \frac{e^{i(k+k'-P) \cdot x}}{(2\pi)^{9/2} \sqrt{8\omega_\pi(k) \omega_\pi(k') \omega_\rho(P)}} \epsilon_\mu(\vec{P}, \lambda_\rho) \\
&\quad \times \underbrace{i\sqrt{2} g_{\pi\pi\rho} [\langle 11m_\pi m'_\pi | 1(m_\rho) \rangle k'^\mu + \langle 11m'_\pi m_\pi | 1(m_\rho) \rangle k^\mu]}_{=W_{\pi\pi\rho}^\mu(k, k')} \tag{E.4}
\end{aligned}$$

Die von den Feldoperatoren stammenden Terme der vorletzten Zeile in Gl. E.4 tragen gemäß der Vorschrift zur Ableitung der Vertexfaktoren aus Abschnitt 3.3.1 nicht zu $W_{\pi\pi\rho}^\mu(k, k')$ bei. Mit den Symmetrierelationen der Clebsch-Gordan-Koeffizienten (s. z.B. Ref. [73]) folgt schließlich für den gemäß den üblichen Konventionen [19, 25] nach Spin-Impuls- und Isospinanteil aufgespaltenen $\pi\pi\rho$ -Vertexfaktor:

$$W_{\pi\pi\rho}^\mu(k, k') = \underbrace{-ig_{\pi\pi\rho}(k - k')^\mu}_{\text{Spin-Impuls}} \underbrace{\sqrt{2} \langle 11m_\pi m'_\pi | 1(m_\rho) \rangle}_{\text{Isospin}}. \tag{E.5}$$

Der Isospinanteil der $KK\rho$ -Lagrangedichte $\mathcal{L}_{KK\rho}$ kann ebenfalls aus den entsprechenden Ausdrücken der $B'BM$ -Kopplung in Kapitel 3.3.3 abgeleitet werden. Die Struktur von $\mathcal{L}_{KK\rho}$ entspricht nämlich der Summe $i(\mathcal{L}_{NN\rho} + \mathcal{L}_{\Xi\Xi\rho})$. Es ergibt sich somit:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{KK\rho}(x) &= ig_{KK\rho} [K^\dagger \vec{\tau} \partial_\mu K + \overline{K}^\dagger \vec{\tau} \partial_\mu \overline{K}] \cdot \vec{\rho}^\mu \\
&\equiv -ig_{KK\rho} \sqrt{2} \sum_{m_1, m_2, m_3} \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_1 m_2 | 1(-m_3) \rangle (-1)^{m_3} \\
&\quad [\phi_{K, m_1}^{\{8_p\}} (\partial_\mu \phi_{\overline{K}, m_2}^{\{8_p\}}) - \phi_{\overline{K}, m_1}^{\{8_p\}} (\partial_\mu \phi_{K, m_2}^{\{8_p\}})] (\phi_{\rho, m_3}^{\{8_v\}})^\mu, \tag{E.6}
\end{aligned}$$

wobei zur Abkürzung $\phi_{K, m}^{\{8_p\}} \equiv \phi_{\frac{1}{2}, 1, m}^{\{8_p\}}$ und $\phi_{\overline{K}, m}^{\{8_p\}} \equiv \phi_{\frac{1}{2}, -1, m}^{\{8_p\}}$ verwendet wurde.

Nach der gleichen Vorgehensweise wie beim $\pi\pi\rho$ -Vertex erhält man schließlich aus dem Matrixelement

$$\langle K m_K \vec{k}, \overline{K} m'_K \vec{k}' | i\mathcal{L}_{KK\rho}(x) | \rho m_\rho \vec{P} \lambda_\rho \rangle \tag{E.7}$$

den folgenden Vertexfaktor:

$$W_{KK\rho}^\mu(k, k') = \underbrace{-ig_{KK\rho}(k - k')^\mu}_{\text{Spin-Impuls}} \underbrace{\sqrt{2} \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} m_K m'_K | 1(m_\rho) \rangle}_{\text{Isospin}}. \quad (\text{E.8})$$

Die im Prinzip willkürliche Faktorisierung der Vertexfaktoren wird gerade so durchgeführt, daß die Spin-Impuls-Anteile für den $\pi\pi\rho$ - und den $KK\rho$ -Vertex (wie auch für die anderen erlaubten ppv -Vertizes) übereinstimmt.

Anhang F

Die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden

Nachfolgend sind die Resultate für die Helizitätsamplituden 3.45 der $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ ($\mu\bar{\mu} = \pi\pi, K\bar{K}$) Borngraphen 3.42-3.44 zusammengestellt. Für die Auswertung der Ausdrücke 3.45 wird das Koordinatensystem so gewählt, daß der Relativimpuls \vec{q} des $B\bar{B}'$ -Systems in Richtung der z -Achse weist und der Relativimpuls \vec{k} der beiden pseudoskalaren Mesonen $\mu\bar{\mu}$ in der xz -Ebene liegt. Mit dem Streuwinkel $\vartheta = \angle(\vec{p}, \vec{k})$ lauten die Komponenten der Relativimpulse:

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ q \end{pmatrix}, \quad \vec{k} = \begin{pmatrix} k \sin \vartheta \\ 0 \\ k \cos \vartheta \end{pmatrix}. \quad (\text{F.1})$$

Nach Gl. B.9 genügt die Auswertung dieser Kinematik, um eine Partialwellenzerlegung der resultierenden Helizitätsamplituden durchführen zu können. Diese Partialwellenzerlegung wird im Falle der Baryonaustausch-Prozesse numerisch ausgeführt. Für den ρ -Polgraphen können die Ergebnisse der Partialwellenzerlegung sofort in geschlossener Form angegeben werden (s. Abschnitt F.3).

Wie in Kapitel 3 ausgeführt, werden die $B\bar{B}' \rightarrow \mu\bar{\mu}$ Bornamplituden für die Berechnung des korrelierten $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ -Austauschs nur für $B\bar{B}'$ -Zustände benötigt, die sich auf der Massenschale befinden. Mit den Impulsvariablen aus den Gln. 3.38 folgt also:

$$\sqrt{t} = E_B + E_{B'} = \sqrt{M_B + q^2} + \sqrt{M_{B'} + q^2} \quad (\text{F.2})$$

Auf die Angabe von t als explizites Argument der Helizitätsamplituden wie in Gl. 3.45 wird daher im folgenden verzichtet.

Im Falle der $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi$ Amplituden ist noch zu beachten, daß die feldtheoretischen $\pi\pi$ -Zustände aufgrund der Vertauschungsrelationen A.27 der Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren per Konstruktion symmetrisch unter Teilchenvertauschung sind. Bei der Auswertung der feldtheoretischen Ausdrücke für die $B\bar{B}' \rightarrow \pi\pi$ Amplituden erhält man daher neben dem direkten Graphen auch den Austauschgraphen, bei dem die äußeren Pionlinien vertauscht sind. Diese beiden Graphen interferieren

gerade derart, daß die aus der Symmetrie der $\pi\pi$ -Zustände ableitbare Auswahlregel B.19 erfüllt ist. Anstatt den Austauschgraphen explizit auszuwerten, kann er einfach durch einen zusätzlichen Faktor $(1 + (-1)^{J+I})$ (J : Gesamtdrehimpuls, I : Gesamtsospin) in den partialwellenzerlegten Ausdrücken für den direkten Graphen berücksichtigt werden.

F.1 Austausch eines $J^P = \frac{1}{2}^+$ -Baryons

Mit den Bezeichnungen aus Kap. 3 folgt aus Gl. 3.42:

$$\begin{aligned} \langle \mu\bar{\mu}, \vec{k} | V_X | B\bar{B}', \vec{q} + + \rangle = \\ C \times \{ \quad -q \quad [M_X(t + 4k^2)(\epsilon_B + \epsilon_{B'}) - q_0(t - 4k^2)(\epsilon_B - \epsilon_{B'}) \\ + (t + 4k^2)(\epsilon_B\epsilon_{B'} - q^2)] \\ + k \cos \theta \quad [4M_X\sqrt{t}(\epsilon_B\epsilon_{B'} + q^2) + (t - 4k^2)(\epsilon_B\epsilon_{B'} - q^2)] \\ + 8k^2q \cos^2 \theta \quad (\epsilon_B\epsilon_{B'} - q^2) \} \quad , \end{aligned} \quad (F.3)$$

$$\begin{aligned} \langle \mu\bar{\mu}, \vec{k} | V_X | B\bar{B}', \vec{q} + - \rangle = \\ -Ck \sin \theta \times \{ \quad -4q^2\sqrt{t}(\epsilon_B + \epsilon_{B'}) + (t - 4k^2)(\epsilon_B\epsilon_{B'} + q^2) + 4M_X\sqrt{t}(\epsilon_B\epsilon_{B'} - q^2) \\ + 8kq \cos \theta (\epsilon_B\epsilon_{B'} + q^2) \} \quad , \end{aligned} \quad (F.4)$$

wobei

$$C := -\frac{f_{BX\mu}f_{B'X\mu}}{8m_\mu^2\sqrt{\epsilon_B\epsilon_{B'}}\bar{M}_B\bar{M}_{B'}} \frac{F_X^2(p^2)}{q_0^2 - E_X^2} \quad , \quad (F.5)$$

$$k := |\vec{k}|, \quad q := |\vec{q}| \quad , \quad (F.6)$$

$$E_X = \sqrt{\vec{p}^2 + M_X^2} \quad . \quad (F.7)$$

F.2 Austausch eines $J^P = \frac{3}{2}^+$ -Baryons

Aus Gl. 3.43 folgt:

$$\begin{aligned}
 \langle \mu\bar{\mu}, \vec{k} | V_X | B\bar{B}', \vec{q}++ \rangle = \\
 C \times \left\{ \frac{1}{q_0^2 - E_X^2} \{ \right. \\
 \quad q [M_X A(t, k)(\epsilon_B + \epsilon_{B'}) + q_0 A(t, k)(\epsilon_B - \epsilon_{B'}) \\
 \quad + 2M_X k^2 \sqrt{t}(\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2) + A(t, k)(\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2)] \\
 \quad + k \cos \theta [8M_X q^2 k^2(\epsilon_B + \epsilon_{B'}) + 8q_0 q^2 k^2(\epsilon_B - \epsilon_{B'}) \\
 \quad + 2M_X \sqrt{t}(q_0^2 - M_X^2 - q^2 - k^2)(\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2) \\
 \quad + (8k^2 q^2 - A(t, k))(\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2)] \\
 \quad + 2k^2 q \cos^2 \theta [-2M_X q^2(\epsilon_B + \epsilon_{B'}) - 2q_0 q^2(\epsilon_B - \epsilon_{B'}) \\
 \quad + M_X \sqrt{t}(\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2) - 2(q^2 + 2k^2)(\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2)] \\
 \quad + 4k^3 q^2 \cos^3 \theta (\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2) \} \\
 + x_\Delta \{ \\
 \quad -q [M_X(t + 4k^2)(\epsilon_B + \epsilon_{B'}) - 2q_0 t(\epsilon_B - \epsilon_{B'})] \\
 \quad + 4k \cos \theta [M_X \sqrt{t}(\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2) - 2k^2(\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2)] \\
 \quad + 8k^2 q \cos^2 \theta (\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2) \} \\
 + x_\Delta^2 \{ \\
 \quad -q [2M_X(t + 4k^2)(\epsilon_B + \epsilon_{B'}) - q_0(t - 4k^2)(\epsilon_B - \epsilon_{B'}) \\
 \quad + (t + 4k^2)(\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2)] \\
 \quad + k \cos \theta [+8M_X \sqrt{t}(\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2) + (t - 4k^2)(\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2)] \\
 \quad + 8k^2 q \cos^2 \theta (\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2) \} \} , \tag{F.8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \langle \mu\bar{\mu}, \vec{k} | V_X | B\bar{B}', \vec{q}+- \rangle = \\
 C k \sin \theta \times \left\{ \frac{1}{q_0^2 - E_X^2} \{ \right. \\
 \quad - [2M_X^2 \sqrt{t} q^2(\epsilon_B + \epsilon_{B'}) + 2M_X q_0 q^2 \sqrt{t}(\epsilon_B - \epsilon_{B'}) \\
 \quad - A(t, k)(\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2) \\
 \quad + 2M_X \sqrt{t}(q_0^2 - M_X^2 - k^2)(\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2)] \\
 \quad + 2k q \cos \theta [4k^2(\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2) - M_X \sqrt{t}(\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2)] \\
 \quad - 4k^2 q^2 \cos^2 \theta (\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2) \} \\
 + 4x_\Delta \{ \\
 \quad 2k^2(\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2) - M_X \sqrt{t}(\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2) \\
 \quad - 2k q \cos \theta (\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2) \} \\
 + x_\Delta^2 \{ \\
 \quad - [-4q^2 \sqrt{t}(\epsilon_B + \epsilon_{B'}) + (t - 4k^2)(\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2) \\
 \quad + 8M_X \sqrt{t}(\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2)] \\
 \quad - 8k q \cos \theta (\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2) \} \} , \tag{F.9}
 \end{aligned}$$

mit

$$C := -\frac{f_{BX\mu}f_{B'X\mu}}{12m_\mu^2 M_X^2 \sqrt{\epsilon_B \epsilon_{B'}} \overline{M}_B \overline{M}_{B'}} F_X^2(p^2) \quad , \quad (\text{F.10})$$

$$A(t, k) := q_0^2 t - 4k^2 M_X^2 - M_X^2 t - 4k^4 \quad . \quad (\text{F.11})$$

F.3 ρ -Polgraph

Für den ρ -Polgraphen folgt zunächst aus Gl. 3.44:

$$\begin{aligned} \langle \mu\bar{\mu}, \vec{k} | V_\rho | B\bar{B}', \vec{q}++ \rangle &= \frac{g_{\mu\mu\rho}^{(0)}}{\sqrt{\epsilon_B \epsilon_{B'}} \overline{M}_B \overline{M}_{B'}} \frac{F_{\mu\mu\rho}(k^2)}{t - (m_\rho^{(0)})^2} k \cos \theta \\ &\times [g_{BB'\rho}^{(0)}(\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2) + \frac{f_{BB'\rho}^{(0)}}{2M_N} \sqrt{t}(\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2)] \quad , \end{aligned} \quad (\text{F.12})$$

$$\begin{aligned} \langle \mu\bar{\mu}, \vec{k} | V_\rho | B\bar{B}', \vec{q}+- \rangle &= -\frac{g_{\mu\mu\rho}^{(0)}}{\sqrt{\epsilon_B \epsilon_{B'}} \overline{M}_B \overline{M}_{B'}} \frac{F_{\mu\mu\rho}(k^2)}{t - (m_\rho^{(0)})^2} k \sin \theta \\ &\times [g_{BB'\rho}^{(0)}(\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2) + \frac{f_{BB'\rho}^{(0)}}{2M_N} \sqrt{t}(\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2)] \quad . \end{aligned} \quad (\text{F.13})$$

Da für den ρ -Polgraphen der ρ -Propagator und die Formfaktoren aus Gl. 3.36 vom Winkel zwischen \vec{q} und \vec{k} unabhängig sind, kann die Partialwellenzerlegung in diesem Fall ohne weiteres analytisch ausgeführt werden. Aus Gl. B.9 folgt mit den reduzierten Drehmatrizen $d_{00}^J(\theta)$ und $d_{10}^J(\theta)$ (Gl.B.5) aufgrund der Orthonormalität der Legendre-Polynome:

$$\langle \mu\bar{\mu}, k | V_\rho^J | B\bar{B}', q++ \rangle = \delta_{J1} C_\rho k [g_{BB'\rho}^{(0)}(\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2) + \frac{f_{BB'\rho}^{(0)}}{2M_N} \sqrt{t}(\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2)] \quad , \quad (\text{F.14})$$

$$\langle \mu\bar{\mu}, k | V_\rho^J | B\bar{B}', q+- \rangle = \delta_{J1} \sqrt{2} C_\rho k [g_{BB'\rho}^{(0)}(\epsilon_B \epsilon_{B'} + q^2) + \frac{f_{BB'\rho}^{(0)}}{2M_N} \sqrt{t}(\epsilon_B \epsilon_{B'} - q^2)] \quad , \quad (\text{F.15})$$

mit

$$C_\rho := \frac{4\pi}{3} \frac{g_{\mu\mu\rho}^{(0)}}{\sqrt{\epsilon_B \epsilon_{B'}} \overline{M}_B \overline{M}_{B'}} \frac{F_{\mu\mu\rho}(k^2)}{t - (m_\rho^{(0)})^2} \quad . \quad (\text{F.16})$$

Anhang G

Die Isospinnotation

In diesem Teil des Anhangs wird die Kompaktschreibweise eingeführt, in der die Resultate der $SU(3)$ -Rechnungen aus Kapitel 3.3.3 formuliert sind. Zunächst werden den durch die Quantenzahlen $\nu = (I, I_z, Y)$ charakterisierten $SU(3)$ -Eigenzuständen die physikalischen Teilchenzustände zugeordnet. Der in der Literatur [11, 61] üblichen Phasenwahl folgend ergeben sich für das pseudoskalare Mesonenoktett $\{8_M\}$, das $J^P = \frac{1}{2}^+$ Baryonenoktett $\{8_B\}$ sowie das $J^P = \frac{3}{2}^+$ Baryonendekuplett $\{10_D\}$ die in Tab. G.1 aufgeführten Zuordnungen.

Im nächsten Schritt werden die in Kapitel 3.3.3 eingeführten $SU(3)$ -Feldoperatoren $\phi_\nu^{\{\mu\}}$, $\psi_\nu^{\{\mu\}}$ und $\hat{\psi}_\nu^{\{\mu\}}$ statt explizit durch die Quantenzahlen ν durch das von ihnen erzeugte bzw. vernichtete Teilchen bezeichnet. Dabei sind sowohl die Phasen in den Feldoperatoren als auch die Phasen zwischen $SU(3)$ -Eigenzuständen und den Teilchenzuständen zu berücksichtigen. An den folgenden Beispielen soll dies illustriert werden:

- Der Feldoperator $\psi_{(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1)}^{\{8_B\}}$ vernichtet gemäß Gl. 3.63 den $SU(3)$ -Zustand $-|\xi_{(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)}^{\{8_B\}}\rangle$, also nach Tab. G.1 den Teilchenzustand $-|p\rangle$. Man setzt daher:

$$\psi_{(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1)}^{\{8_B\}} \equiv -p \quad (\text{G.1})$$

- $\hat{\psi}_{(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)}^{\{8_B\}}$ erzeugt hingegen nach Gl. 3.65 den $SU(3)$ -Zustand $|\xi_{(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)}^{\{8_B\}}\rangle$, also den Teilchenzustand $|p\rangle$. Man schreibt daher:

$$\hat{\psi}_{(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)}^{\{8_B\}} \equiv p^\dagger \quad (\text{G.2})$$

- Der Meson-Feldoperator $\phi_{(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1)}^{\{8_M\}}$ vernichtet nach Gl. 3.66 und Tab. G.1 den Teilchenzustand $|K^0\rangle$ und erzeugt den Teilchenzustand $|\bar{K}^0\rangle$:

$$\phi_{(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1)}^{\{8_M\}} \equiv K^0 \equiv \bar{K}^{0\dagger} \quad (\text{G.3})$$

ν					
I	I_z	Y	$\{8_M\}$	$\{8_B\}$	$\{10_D\}$
3/2	+3/2	+1			Δ^{++}
3/2	+1/2	+1			Δ^+
3/2	-1/2	+1			Δ^0
3/2	-3/2	+1			Δ^-
1/2	+1/2	+1	K^+	p	
1/2	-1/2	+1	K^0	n	
1	+1	0	$-\pi^+$	$-\Sigma^+$	$-Y^{*+}$
1	0	0	π^0	Σ^0	Y^{*0}
1	-1	0	π^-	Σ^-	Y^{*-}
0	0	0	η_8	Λ	
1/2	+1/2	-1	\overline{K}^0	Ξ^0	Ξ^{*0}
1/2	-1/2	-1	$-K^-$	Ξ^-	Ξ^{*-}
0	0	-2			Ω^-

Tabelle G.1: Zuordnung der Teilchenzustände zu den $SU(3)$ -Eigenzuständen, charakterisiert durch den Isospin I , dessen Projektion I_z sowie die Hyperladung Y .

- Der Feldoperator $\psi_{(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, -1)}^{\{10_D\}}$ des Baryonendekupletts vernichtet den Teilchenzustand $-\Delta^+$ und wird daher symbolisiert durch:

$$\psi_{(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, -1)}^{\{10_D\}} \equiv -\Delta^+ \quad (\text{G.4})$$

Schließlich werden noch alle Feldoperatoren eines Isospinmultipletts zu Isospinoren zusammengefaßt. Im einzelnen definiert man:

$$N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}, \quad \Xi = \begin{pmatrix} \Xi^0 \\ \Xi^- \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} K^+ \\ K^0 \end{pmatrix}, \quad \overline{K} = \begin{pmatrix} \overline{K}^0 \\ -K^- \end{pmatrix}, \quad (\text{G.5})$$

$$\vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} -\Sigma^- \\ \Sigma^0 \\ \Sigma^+ \end{pmatrix}, \quad \vec{\pi} = \begin{pmatrix} -\pi^- \\ \pi^0 \\ \pi^+ \end{pmatrix}, \quad \Delta = \begin{pmatrix} \Delta^{++} \\ \Delta^+ \\ \Delta^0 \\ \Delta^- \end{pmatrix}. \quad (\text{G.6})$$

Die Isospinoren Ξ^* und \bar{Y}^* werden wie die entsprechenden Isospinoren des Baryonenoktetts, Ξ und $\bar{\Sigma}$, gebildet. Die hermitesch konjugierten Isospinoren sind folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} \Rightarrow A^\dagger = \begin{pmatrix} A_+^\dagger & A_-^\dagger \end{pmatrix} \\ \vec{a} &= \begin{pmatrix} a_+ \\ a_0 \\ a_- \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{a}^\dagger = \begin{pmatrix} -a_-^\dagger \\ a_0^\dagger \\ -a_+^\dagger \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{G.7})$$

Die Definition von \vec{a}^\dagger entspricht der eines hermitesch konjugierten Tensoroperators [70] (vgl. auch Gl. A.26).

Die Verknüpfung zweier Isospinmultipletts mit Isospin I_1 und I_2 zu einer Größe mit definierten Gesamtisospin I erfolgt in der üblichen Weise mittels der $SU(2)$ -Clebsch-Gordan-Koeffizienten. Die resultierenden Ausdrücke für die verschiedenen Kopplungen $[I_1 \otimes I_2]_I$ lauten (bis auf konstante Faktoren, die dann in die Definition der Kopplungskonstanten für den entsprechenden Vertex eingehen) in der hier eingeführten Kompaktschreibweise:

- $[1/2 \otimes 1/2]_0$

$$A^\dagger B \equiv A_+^\dagger B_+ + A_-^\dagger B_- \quad (\text{G.8})$$

- $[1/2 \otimes 1/2]_1$

$$A^\dagger \vec{\tau} B \equiv \begin{pmatrix} A^\dagger \tau_+ B \\ A^\dagger \tau_0 B \\ A^\dagger \tau_- B \end{pmatrix} \quad (\text{G.9})$$

mit den Pauli-Matrizen (s. Gl. A.6) in der sphärischen Basis:

$$\tau_+ = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\tau_1 + i\tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_0 = \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{G.10})$$

$$\tau_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tau_1 - i\tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}.$$

- $[1 \otimes 1]_0$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} \equiv \sum_m (-1)^m a_m b_{-m} \quad (\text{G.11})$$

- $[1 \otimes 1]_1$

$$(\vec{a} \times \vec{b})_m \equiv -i\sqrt{2} \sum_{m_a m_b} \langle 11m_a m_b | 1m \rangle a_{m_a} b_{m_b} \quad (\text{G.12})$$

- $[1/2 \otimes 3/2]_1$

$$A^\dagger \vec{T} \Delta \equiv \begin{pmatrix} A^\dagger T_+ \Delta \\ A^\dagger T_0 \Delta \\ A^\dagger T_- \Delta \end{pmatrix} \quad (\text{G.13})$$

mit

$$\begin{aligned} T_+ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1/\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad T_0 = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2/3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2/3} & 0 \end{pmatrix}, \\ T_- &= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{G.14})$$

Anhang H

Parameter des $\pi\pi$ - $K\bar{K}$ Wechselwirkungsmodells

Teilchen	Masse (MeV)	Teilchen	Masse (MeV)
π	139.57		
K	495.82		
ϵ	1400.0	$\epsilon^{(0)}$	1505.0
ρ	770.0	$\rho^{(0)}$	1151.26
f_2	1270.0	$f_2^{(0)}$	1710.0
ω	782.6		
ϕ	1020.0		
K^*	895.0		

Tabelle H.1: Massen der im $\pi\pi$ - $K\bar{K}$ Wechselwirkungsmodell in Ref. [29] auftretenden Teilchen. Die in den s -Kanal-Austauschprozessen (Polgraphen) verwendeten nackten Massen der Austauschteilchen sind durch den Index (0) gekennzeichnet.

Vertex $\alpha\beta\gamma$	$g_{\alpha\beta\gamma}/\sqrt{4\pi}$	$\Lambda_{\alpha\beta\gamma}$ (MeV)
$\pi\pi\rho$	$\sqrt{2.1}$	1650
$KK\rho$	$g_{\pi\pi\rho}/2$	3100
πKK^*	$-g_{\pi\pi\rho}/2$	1800
$KK\omega$	$g_{\pi\pi\rho}/2$	3100
$KK\phi$	$g_{\pi\pi\rho}/\sqrt{2}$	3100

Tabelle H.2: Parameter der t -Kanal-Austauschprozesse des $\pi\pi-K\bar{K}$ Wechselwirkungsmodells in Ref. [29]. Für alle Vertizes gilt $n_{\alpha\beta\gamma} = 2$.

Vertex $\alpha\beta\gamma$	$g_{\alpha\beta\gamma}/\sqrt{4\pi}$	$\Lambda_{\alpha\beta\gamma}$ (MeV)
$\pi\pi\epsilon^{(0)}$	$\sqrt{0.0045}$	2000
$KK\epsilon^{(0)}$	$g_{\pi\pi\epsilon}^{(0)}/2$	2000
$\pi\pi\rho^{(0)}$	$\sqrt{2.1}$	3300
$KK\rho^{(0)}$	$g_{\pi\pi\rho}^{(0)}/2$	3300
$\pi\pi f_2^{(0)}$	$\sqrt{0.04}$	2000
$KK f_2^{(0)}$	$g_{\pi\pi f_2}^{(0)}/2$	2000

Tabelle H.3: Parameter der s -Kanal-Polgraphen des $\pi\pi-K\bar{K}$ Wechselwirkungsmodells in Ref. [29]. Für alle Vertizes gilt $n_{\alpha\beta\gamma} = 2$.

Literaturverzeichnis

- [1] R. Machleidt, K. Holinde und Ch. Elster, Phys. Rep. 149(1987)1.
- [2] C. Hanhart, J. Haidenbauer, A. Reuber, C. Schütz und J. Speth, bei Phys. Lett. B zur Veröffentlichung eingereicht.
- [3] A. Reuber, Berichte des Forschungszentrums Jülich, Nr. 2658 (1992).
- [4] M. Ieiri, in „Properties and Interactions of Hyperons“, Proceedings of the U.S.-Japan Seminar (Maui, Hawaii, Oktober 1993), Hrsg.: B.F. Gibson, P.D. Barnes und K. Nakai (World Scientific, Singapore, 1994) S. 17.
- [5] K. Imai, in „Properties and Interactions of Hyperons“, Proceedings of the U.S.-Japan Seminar (Maui, Hawaii, Oktober 1993), Hrsg.: B.F. Gibson, P.D. Barnes und K. Nakai (World Scientific, Singapore, 1994) S. 197.
- [6] M.M. Nagels, T.A. Rijken und J.J. de Swart, Phys. Rev. D15(1977)2547.
- [7] M.M. Nagels, T.A. Rijken und J.J. de Swart, Phys. Rev. D20(1979)1633.
- [8] P.M.M. Maessen, T.A. Rijken und J.J. de Swart, Phys. Rev. C40(1989)2226.
- [9] B. Holzenkamp, K. Holinde und J. Speth, Nucl. Phys. A500(1989)485.
- [10] A. Reuber, K. Holinde und J. Speth, Nucl. Phys. A570(1994)543.
- [11] J.J. de Swart, Rev. Mod. Phys. 35(1963)916.
- [12] A. Pais, Rev. Mod. Phys. 38(1966)215.
- [13] N. Hoshizaki, I. Lin und S. Machida, Prog. Theor. Phys. 24(1960)480.
- [14] R.A. Bryan und B.L. Scott, Phys. Rev. 135(1964)B434; 177(1969)1435.
- [15] Particle Data Group, Phys. Rev. D50(1994)1173.
- [16] M.M. Nagels, T.A. Rijken und J.J. de Swart, Phys. Rev. D12(1975)744.

- [17] R.L. Jaffe, Phys. Rev. D15(1977)267; Phys. Rev. D15(1977)281.
- [18] J.J. de Swart, P.M.M. Maessen und T.A. Rijken, in „Properties and Interactions of Hyperons“, Proceedings of the U.S.-Japan Seminar (Maui, Hawaii, Oktober 1993), Hrsg.: B.F. Gibson, P.D. Barnes und K. Nakai (World Scientific, Singapore, 1994) S. 37.
- [19] G. Janssen, Dissertation, Universität Bonn (1995); bei Phys. Rev. C zur Veröffentlichung eingereicht.
- [20] G.E. Brown und A.D. Jackson, „The Nucleon-Nucleon Interaction“, North-Holland, Amsterdam, 1976.
- [21] M. Lacombe, B. Loiseau, J.M. Richard, R. Vinh Mau, J. Côté, P. Pirès und R. de Tourreil, Phys. Rev. C21(1980)861.
- [22] J.W. Durso, A.D. Jackson und B.J. Verwest, Nucl. Phys. A345(1980)471.
- [23] R.L. Jaffe, Phys. Rev. Lett. 38(1977)195; Phys. Rev. Lett. 38(1977)617(E).
- [24] H.-C. Kim, J.W. Durso und K. Holinde, Phys. Rev. C49(1994)2355; H.-C. Kim, Berichte des Forschungszentrums Jülich, Nr. 2771 (1993).
- [25] D. Lohse, J.W. Durso, K. Holinde und J. Speth, Nucl. Phys. A516(1990)513.
- [26] D. Amati, E. Leader und B. Vitale, Nuovo Cimento 17(1960)68.
- [27] W. Lin und B.D. Serot, Nucl. Phys. A512(1990)637.
- [28] C. Schütz, K. Holinde, J. Speth, B.C. Pearce und J.W. Durso, Phys. Rev. C51(1995)1374.
- [29] B.C. Pearce, K. Holinde, J. Speth und R. Tegen, Few-Body Systems, Suppl. 6(1992)50.
- [30] G. Höhler, F. Kaiser, R. Koch und E. Pietarinen, „Handbook of Pion-Nucleon Scattering“, Physics Data 12-1, Fachinformationszentrum, Karlsruhe, 1979.
- [31] O. Dumbrajs et al., „Compilation of Coupling Constants and Low-Energy Parameters“, Nucl. Phys. B216(1983)277.
- [32] Y. Nogami und F.J. Bloore, Phys. Rev. 133(1964)B514; Y. Nogami, B. Ram und I.J. Zucker, Nucl. Phys. 60(1964)451.
- [33] A. Deloff und J. Wrzecionko, Nuovo Cimento 34(1964)1195.

- [34] M. Rimpault und R. Vinh Mau, *Nuovo Cimento* 35(1965)85.
- [35] D.O. Riska, *Phys. Lett.* B40(1972)177; *Nucl. Phys.* B56(1973)445.
- [36] A.D. Martin und T.D. Spearman, „Elementary Particle Theory“, North-Holland, Amsterdam, 1970.
- [37] T.W.B. Kibble, *Phys. Rev.* 117(1960)1159.
- [38] J.D. Bjorken und S.D. Drell, „Relativistische Quantenmechanik“, Bibliographisches Institut, Mannheim, 1987; „Relativistische Quantenfeldtheorie“, Bibliographisches Institut, Mannheim, 1984.
- [39] M. Jacob und G.C. Wick, *Ann. Phys.* 7(1959)404.
- [40] M.D. Scadron und H.F. Jones, *Phys. Rev.* 173(1968)1734.
- [41] S. Mandelstam, *Phys. Rev.* 112(1958)1344.
- [42] J. Hamilton, *Rep. Prog. Nucl. Phys.* 7(1960)143.
- [43] N.G. van Kampen, *Phys. Rev.* 89(1953)1072.
- [44] W. Fischer und I. Lieb, „Funktionentheorie“, Vieweg, Braunschweig, 1985.
- [45] D.E. Neville, *Phys. Rev.* 160(1967)1375.
- [46] G. Höhler und E. Pietarinen, *Nucl. Phys.* B95(1975)210.
- [47] H. Nielsen, J.L. Petersen und E. Pietarinen, *Nucl. Phys.* B22(1970)525.
- [48] H. Nielsen und G.C. Oades, *Nucl. Phys.* B49(1972)586.
- [49] J.W. Durso, H.-C. Kim und J. Wambach, *Phys. Lett.* B298(1993)267.
- [50] R. Blankenbecler und R. Sugar, *Phys. Rev.* 142(1966)1051.
- [51] E.E. Salpeter und H.A. Bethe, *Phys. Rev.* 84(1951)1232.
- [52] C. Schütz, J.W. Durso, K. Holinde und J. Speth, *Phys. Rev.* C49(1994)2671; C. Schütz, *Berichte des Forschungszentrums Jülich*, Nr. 2733 (1993).
- [53] B.J. Read, *Nucl. Phys.* B52(1973)565.
- [54] L.M. Nath, B. Etemadi und J.D. Kimel, *Phys. Rev.* D3(1971)2153.
- [55] T.-P. Cheng und L.-F. Li, „Gauge theory of elementary particle physics“, Oxford University Press, Oxford, 1988.

- [56] J.D. Sullivan, Phys. Rev. D5(1972)1732.
- [57] V.R. Zoller, Z. Phys. C53(1992)443.
- [58] H. Holtmann, A. Szczurek und J. Speth, Jülich-Preprint KFA-IKP(TH)-1994-25.
- [59] P.A. Verhoeven, Ph.D. thesis, Universität Nijmegen (1976).
- [60] J.F. Cornwell, „Group Theory in Physics“, Academic Press, London, 1984.
- [61] B. Holzenkamp, Spezielle Berichte der Kernforschungsanlage Jülich, Nr. 460 (1988).
- [62] M.A.B. Bég, B.W. Lee und A. Pais, Phys. Rev. Lett. 13(1964)514.
- [63] J.J. Sakurai, Ann. Phys. 11(1960)1.
- [64] R.A.M. Klomp, V.G.J. Stoks und J.J. de Swart, Phys. Rev. C44(1991)R1258.
- [65] R.A. Arndt, Z. Li, L.D. Roper und R.L. Workman, Phys. Rev. Lett. 65(1990)157.
- [66] W.R. Frazer und J.R. Fulco, Phys. Rev. 117(1960)1603.
- [67] B. Povh, in „Properties and Interactions of Hyperons“, Proceedings of the U.S.-Japan Seminar (Maui, Hawaii, Oktober 1993), Hrsg.: B.F. Gibson, P.D. Barnes und K. Nakai (World Scientific, Singapore, 1994) S. 211.
- [68] T. Hippchen, Spezielle Berichte der Kernforschungsanlage Jülich, Nr. 494 (1989).
- [69] D. Lurie, „Particles and Fields“, Interscience Publishers, New York, 1968.
- [70] A.R. Edmonds, „Angular Momentum in Quantum Mechanics“, Princeton University Press, Princeton, 1957.
- [71] M.L. Goldberger und K.M. Watson, „Collision Theory“, Wiley, New York, 1964.
- [72] B. Holzenkamp, Spezielle Berichte der Kernforschungsanlage Jülich, Nr. 315 (1985).
- [73] A. Messiah, „Quantenmechanik“, de Gruyter, Berlin, 1990.

Danksagung

Zunächst möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. J. Speth für die stete Förderung und die wohlwollende Unterstützung bedanken.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. K. Holinde für die Betreuung dieser Arbeit. Aus den zahllosen Gesprächen und Diskussionen mit ihm erwachsen viele wertvolle Ratschläge und Hinweise, die in diese Arbeit Eingang fanden.

Herrn Dr. Hyun-Chul Kim (Ruhr-Universität Bochum) gebührt mein Dank für die Einführung in den Themenbereich des korrelierten Zwei-Pion-Austauschs sowie die lange, intensive und freundschaftliche Zusammenarbeit.

Meinen Kommilitonen Christoph Hanhart, Monika Hoffmann, Georg Janssen, Christian Schütz sowie den Herren Dres. Volker Mull und Johann Haidenbauer danke ich für den ständigen Austausch und die ungezählten Diskussionen, aus denen oft genug wertvolle Ideen und Anregungen hervorgingen.

Den Herren Dres. Niels Baron und Volker Herrmann danke ich für die fachliche Zusammenarbeit in der Anfangsphase meiner Promotion und die auch nach ihrem Ausscheiden aus dem IKP bestehende freundschaftliche Verbundenheit.

Bei Frau Burck und Frau Bley möchte ich mich für ihre stets freundliche Hilfsbereitschaft bei der Erledigung jeglicher Verwaltungsangelegenheiten bedanken.

Allen nicht namentlich genannten Mitgliedern der Theorieabteilung des Instituts für Kernphysik sei auf diesem Wege für die angenehme Arbeitsatmosphäre gedankt.

Dem Graduiertenkolleg „Die Erforschung subnuklearer Strukturen der Materie“ der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn danke ich für die Förderung meiner Promotion. Abgesehen von der finanziellen Unterstützung waren die Veranstaltungen des Graduiertenkollegs eine sinnvolle Ergänzung meiner eigentlichen Promotionsarbeit.

Der Studienstiftung des deutschen Volkes gebührt mein Dank für die finanzielle und ideelle Förderung meines Promotionsstudiums. Insbesondere die verschiedenen außerfachlichen Veranstaltungen der Studienstiftung stellten eine wichtige Bereicherung meiner Promotionszeit dar.

Meinen Eltern danke ich für die fortwährende Unterstützung und den großen Rückhalt, den sie mir jederzeit gaben.

Meiner Frau Nicole danke ich für alles.

Jül-3117
September 1995
ISSN 0944-2952